M'ama o non m'ama?!

Matematica per innamorati

UNI 3 IVREA 2018 **Francesco LA ROSA**

M’ama o non m’ama?!

Cos’è l’amore?

Vari dizionari danno alcune definizioni…

“Affetto profondo verso qualcuno”.

“Complesso di sentimenti di profondo e disinteressato affetto verso qualcuno”.

Ma può bastare?
No, come definizione assoluta, perché è definito e compreso solo se viene specificato: amore dei genitori per i figli e viceversa, amore fraterno, per la famiglia, per gli altri, per gli animali, per la patria, l'amor proprio, oppure in alcune esclamazioni: "per amore del cielo", "per amor di Dio"; amore libero o libero amore, amore divino o divino amore…

Ma anche **amore romantico** inteso come un sentimento d'amore caratterizzato da forte piacere, frutto dell'attrazione fisica nei confronti di un'altra persona: appassionato, basato sul desiderio erotico e sull'affetto, corrisposto o no, felice o no, a. casto, platonico, sensuale; travolgente;

Con la parola **amore** si può intendere un'ampia varietà di sentimenti ed atteggiamenti differenti, che possono spaziare da una forma più generale di affetto sino a riferirsi ad un forte sentimento che si esprime in attrazione interpersonale ed attaccamento, una dedizione appassionata tra persone oppure, nel suo significato esteso, l'inclinazione profonda nei confronti di qualche cosa.

Il dibattito su una definizione esatta di ***amore romantico*** può essere trovato tanto in letteratura quanto nelle opere di psicologi, filosofi, biochimici e di altri professionisti e specialisti.

Il termine "amore romantico" è relativo, ma generalmente accettato come definizione che distingue momenti e situazioni, all'interno delle relazioni intime.

Letterariamente può essere inteso come una relazione costituita da uno strettissimo, profondo ed intenso sentimento amoroso.

Il sentimento dell'amore è spesso la base d'ispirazione delle principali manifestazioni artistiche quali la musica, la letteratura, **l'amor cortese della poesia provenzale del XII sec., ..**le arti figurative e il cinema.

«Amor con amor si paga,
Chi con amor non paga,
Degno di amar non è.»
(Francesco Petrarca)

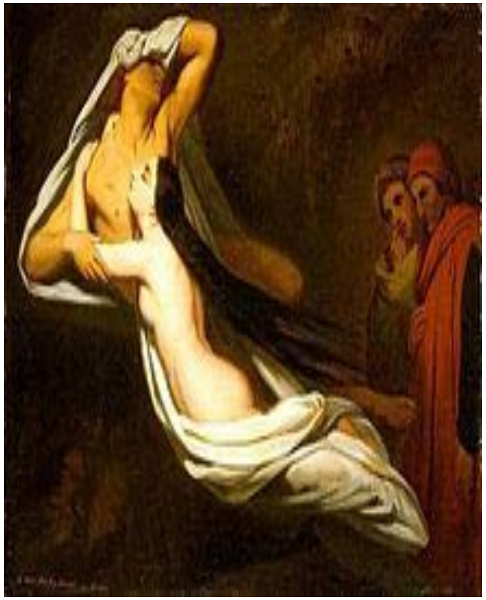
Il proverbio invita chi è amato a riamare a sua volta con la stessa intensità

Nella *Divina Commedia* di Dante Alighieri, si possono trovare molte terzine in cui **"l'Amore"** è dominatore incontrastato e motivo ricorrente in tutta l'opera: innanzitutto nella parte dedicata alla storia di Paolo e Francesca, ove domina l'amore terreno: (Inferno - Canto quinto vv. 73-142):

«Amor, ch'al cor gentil ratto s'apprende, / prese costui de la bella persona / che mi fu tolta; e 'l modo ancor m'offende. //

Amor, ch'a nullo amato amar perdona, / mi prese del costui piacer sì forte, / che, come vedi, ancor non m'abbandona. //

Amor condusse noi ad una morte».



Le ombre di Paolo e Francesca appaiono ai due sommi poeti per raccontar del loro amore funesto: Canto V dell’Inferno

(1850-52), di Ary Scheffer

Tristano e Isotta con la Pozione (1916)
John William Waterhouse

Gli amanti Romeo e Giulietta (1884), di Frank Dicksee

Ancora: amore nello stile pittorico e scultoreo degli artisti e in alcuni films:

Pretty Woman (1990)

Colazione da Tiffany

(1961)

1939

Ma allora come definire … *l'amore?*

Dai famosi bigliettini dei Baci Perugina:

«Il bacio è l'apostrofo roseo tra la parola t'a

ai versi di massimi poeti, da opere letterarie e anche cinematografiche, nessun aspetto della vita umana è stato maggiormente affrontato e descritto.

Di conseguenza, è difficile trovare una definizione del concetto di ***amore***.

Così, se risulta difficile pensare che, tra i tanti aspetti, si possa nutrire ***"amore per la matematica"*** possiamo pensare invece che esista una … ***"matematica per l'amore"***.

Possibile?

M’ama o non m’ama?!

Può davvero la matematica aiutare un/una giovane a capire e valutare, con una buona probabilità se non con certezza, se la persona amata sia altrettanto interessata e disposta ad una ***“corrispondenza di amorosi sensi”***?

Oppure sono semplici atteggiamenti e coincidenze dovute al caso?

Cercheremo di dare una risposta con l'intento di fornire strumenti e metodi per fronteggiare questo sentimento universale e governare i tumulti del cuore che colpiscono chi ne è travolto.

Però, è utile ricordare che, secondo ***Seneca:*** ***"L'amore è una folle amicizia, desiderio di bellezza, speranza di scambievole affetto"***

Tutti siamo stati giovani e ricordiamo l'inizio incerto di una simpatia e/o sincero sentimento per una persona;

tuttavia, durante la fase di corteggiamento, prima di decidere se e come procedere alla classica "dichiarazione" volevamo avere almeno qualche ***possibilità*** di successo per non incorrere in un doloroso, seppur gentile, rifiuto che potesse pregiudicare in futuro anche un eventuale rapporto di amicizia.

Se, però, sostituiamo la parola ***possibilità*** con ***probabilità***, forse tra le varie *matematiche* potremmo applicare una branca che definiremmo… ***matematica per l'amore***.

Come calcolare quante probabilità di successo possiamo avere?

Chiameremo con ***A*** e ***B*** i due personaggi, senza distinzione di sesso.
A, a cui piace ***B***, e **B** si sono trovati seduti accanto insieme con altri quattro amici in un locale (esempio, in una pizzeria).

La volta dopo, si sono ritrovati nuovamente vicini:

A si chiede se sia stato un caso oppure sia stato voluto da ***B*** che nutre pure una attrazione non rivelata per ***A***.

E’ normale pensare che **più bassa è la probabilità che due persone si trovino per due volte vicine per caso attorno ad un tavolo, più alta è la probabilità che questo evento sia stato invece deliberatamente voluto e non casuale.**

E quindi… **le speranze aumentano.**

Allora vediamo di **calcolare la probabilità che due persone, per due volte di seguito, si trovano casualmente sedute accanto attorno ad un tavolo di sei persone,** senza ricorrere al calcolo combinatorio e parlare di permutazioni.

Intanto, per **probabilità classica** si intende **il rapporto tra il numero degli eventi favorevoli diviso il numero dei casi possibili.**

Vediamo in quanti modi diversi possono sedersi a caso sei persone attorno ad un tavolo rettangolare.

Posti numerati da 1 a 6:

Il posto n.1 può essere occupato da 6 persone, quindi in 6 modi diversi.

Fissato il primo, il secondo posto può essere occupato in altri 5 modi diversi.

Pertanto, i primi due posti possono essere occupati in 6x5= 30 modi diversi.

Analogamente sarà per il terzo posto (4 modi diversi); per il quarto posto (3 modi diversi); per il quinto posto (due modi diversi);

a questo punto **l'ultima persona occuperà il sesto posto.**

Pertanto, 6 persone si possono sedere attorno ad un tavolo in:

6x5x4x3x2x1= 720 modi diversi.

In matematica si scrive 6!
(si legge 6 fattoriale)

6! =6x5x4x3x2x1=720 e si chiamano *permutazioni* di 6 elementi.

Il numero dei **casi possibili** per cui sei persone possono sedersi a caso attorno ad un tavolo **sarà quindi 720**.

Per calcolare il numero dei **casi favorevoli** all'evento (sedersi accanto), considerato che ***A*** occupi uno dei sei posti qualsiasi, ***B*** avrà due possibilità di sedersi accanto, alla sua destra o alla sua sinistra.

Pertanto, potranno sedersi vicini in 6x2=12 modi diversi.
Le altre quattro persone possono sistemarsi come prima in 4! =4x3x2x1=24 modi diversi.

Allora il numero dei **casi favorevoli** per trovarsi seduti vicini sarà:
12x24=288.

Calcoliamo la probabilità che ***A*** e ***B*** possono occupare casualmente due posti vicini:

•

Ma abbiamo detto che ***A*** e ***B*** si sono trovati seduti accanto due volte di seguito. Quale sarà la probabilità che l'evento si ripeta **per la seconda volta**?

•

La probabilità è molto bassa; c'è da pensare allora che non sia un caso che ***B*** si trovi per la seconda volta accanto ad ***A***.

A può allora cominciare a sperare che anche ***B*** senta qualcosa nei suoi confronti.

Però, per essere più sicuri proverei una terza uscita in pizzeria:

se dovesse verificarsi **per la terza volta** che ***B*** stia ancora accanto ad ***A*** la probabilità sarebbe ancora più bassa e allora non sarebbe un caso:

.

A questo punto, *A* prenderebbe

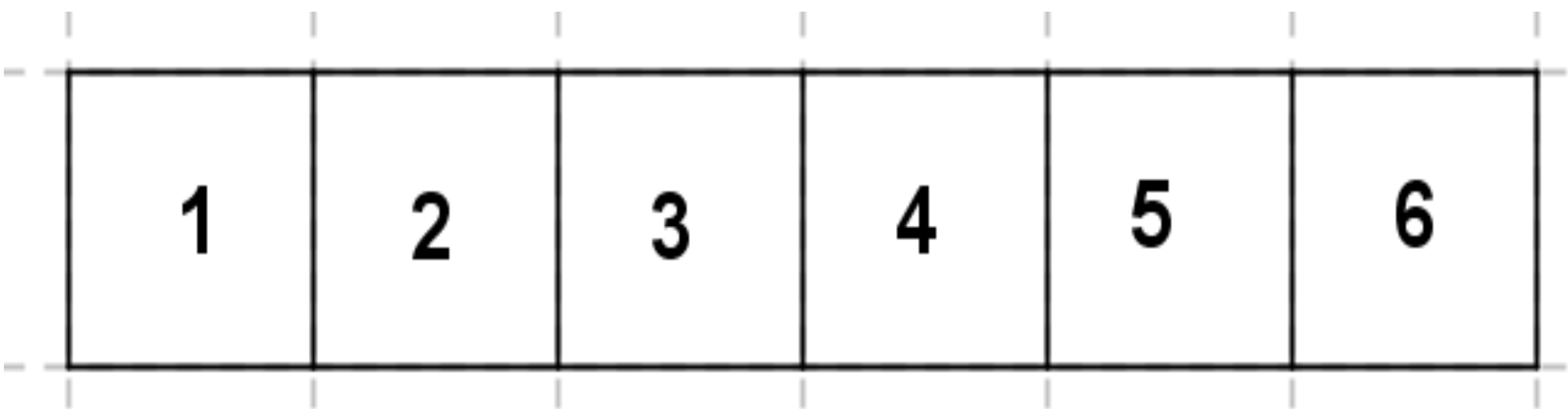
coraggio per “dichiararsi” a *B*.

APPROFONDIMENTI

Ma se i **6 posti fossero disposti** non intorno ad un tavolo ma su una stessa **fila orizzontale**, es. al cinema o in aereo (non considerando la divisione dal corridoio centrale)?

Come calcolare stavolta la probabilità che due persone siano sedute l'uno di fianco all'altro?

Numeriamo i sei posti come nello schema e indichiamo al solito con A e B i due personaggi.

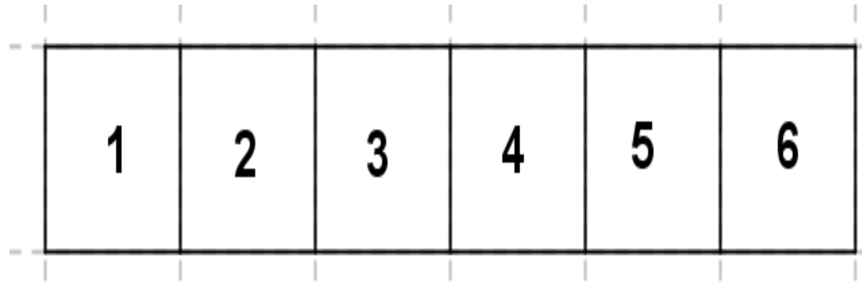


Possiamo procedere in modi diversi.

1. Il più semplice:

i **casi possibili sono 6x5= 30**, perché A può occupare un posto dei sei qualsiasi e B in uno dei cinque rimanenti.

I casi favorevoli sono 10, perché sono dati dalle seguenti disposizioni di coppie:
(1,2) , (2,3) , (3,4) , (4,5) , (5,6) , (6,5) , (5,4) , (4,3) , (3,2) , (2,1).



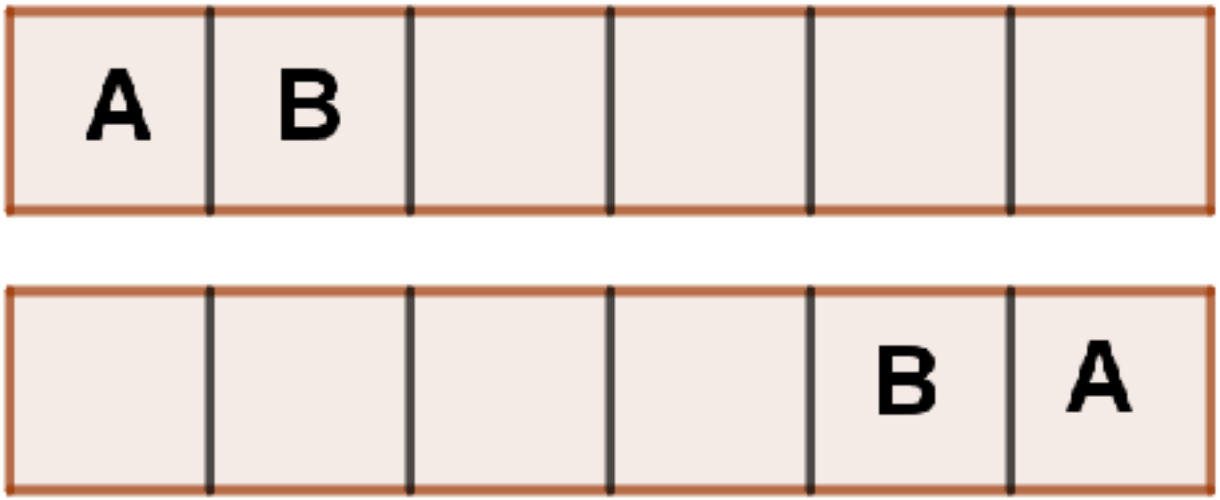
La probabilità è:

Pertanto, inferiore alla disposizione attorno ad un tavolo rettangolare (p= 40%)

Oppure

2. La probabilità che **A sia seduto ai due posti esterni** 1 e 6 (o ai due finestrini dell'aereo) è

mentre la probabilità che **B sia seduto al suo fianco è**



La probabilità che **A occupi invece uno dei rimanenti quattro posti (non esterni) è** , mentre la probabilità che **B occupi un posto vicino dai due lati è** .

Pertanto, la probabilità richiesta è:

- **2: Cosa succederebbe se la comitiva non fosse formata solo da 6 ma da…N persone?**

2a: attorno ad un tavolo rettangolare

- In tal caso N persone possono occupare i posti in **N! modi diversi (casi possibili);**

- due persone possono sedersi accanto (a sx o a dx) in 2N coppie diverse e gli altri (N – 2) persone possono occupare i posti rimasti in (N-2)! modi diversi: perciò, **i casi favorevoli sarebbero: 2N * (N-2)!**

Allora la probabilità di trovarsi seduti accanto in un tavolo rettangolare sarebbe:

Osserviamo però che:

; pertanto,

Pertanto:

per N=6, = 40% ; per N=9, ;

per N=21, ; per N=51,

Come prima, **per calcolare la probabilità di sedersi ancora accanto per due volte, per tre volte … di seguito, basta moltiplicare due volte, tre volte … la probabilità corrispondente.**

2b) : seduti su una stessa linea (es. cinema)

Posti esterni:

- La probabilità che A sia seduto ai due posti esterni è
- La probabilità che B sia al fianco di A è

Posti non esterni:

- La probabilità che A occupi uno dei rimanenti posti esterni sarà:
- La probabilità che B occupi un posto vicino dai due lati sarà:

Pertanto, la probabilità totale affinché due persone su N persone presenti **occupino in linea due posti a fianco** sarà:

Quindi:

Verifica. Per N=6,

Per N=8,

- Per due volte di seguito ***seduti su una stessa linea (es. cinema):***

- Per tre volte di seguito:

Osservazione:

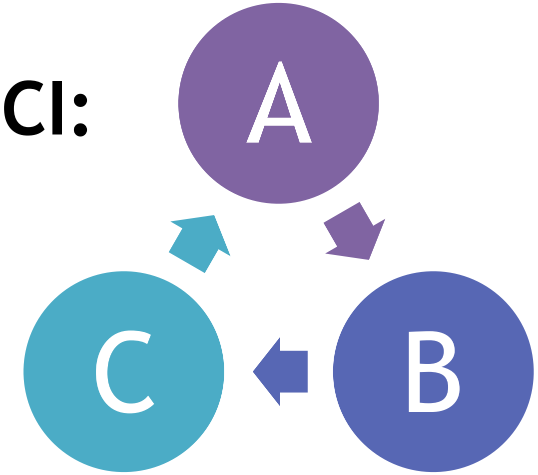
- per N=9 attorno al tavolo e per N=8 seduti in linea, **si avrà la stessa probabilità che due persone siano sedute accanto (25%).**

E se il tavolo fosse rotondo?

Ricordiamo che se le persone fossero sistemati intorno ad un cerchio, es. un tavolo rotondo, si avrebbe una permutazione ciclica:

Infatti, per esempio, 3 permutazioni che legano il primo e l'ultimo saranno le stesse.

PERMUTAZIONI DI 3 ELEMENTI CICLICI:
(A, B, C) = (B, C, A)=(C, A, B)



ma (A, B, C) è diverso da (B, A, C).

Permutazioni cicliche: Se gli elementi di una permutazione sono disposti in maniera circolare, in modo che non sia possibile individuare il primo e l'ultimo elemento, si parla di permutazione ciclica o in linea chiusa; il numero delle permutazioni cicliche di n oggetti è:

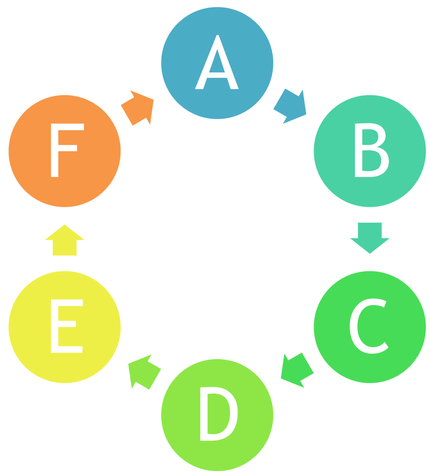
= (n – 1)!

(n – 1)! =

Perché 6 permutazioni che legano il primo e l'ultimo saranno le stesse, quindi dobbiamo dividere per 6.

Quindi, attenzione: se il tavolo fosse rotondo vi sarebbero permutazioni che poste in ordine circolare coincidono.

A B C D E F
B C D E F A
C D E F A B
D E F A B C
E F A B C D
F A B C D E



I modi che coincidono sono tanti quanti sono i ragazzi; se i ragazzi sono 6, le permutazioni sono: .

Perciò, le permutazioni cicliche sono:

DON GIOVANNI

E … LA PROBABILITA’

DI INCONTRARE

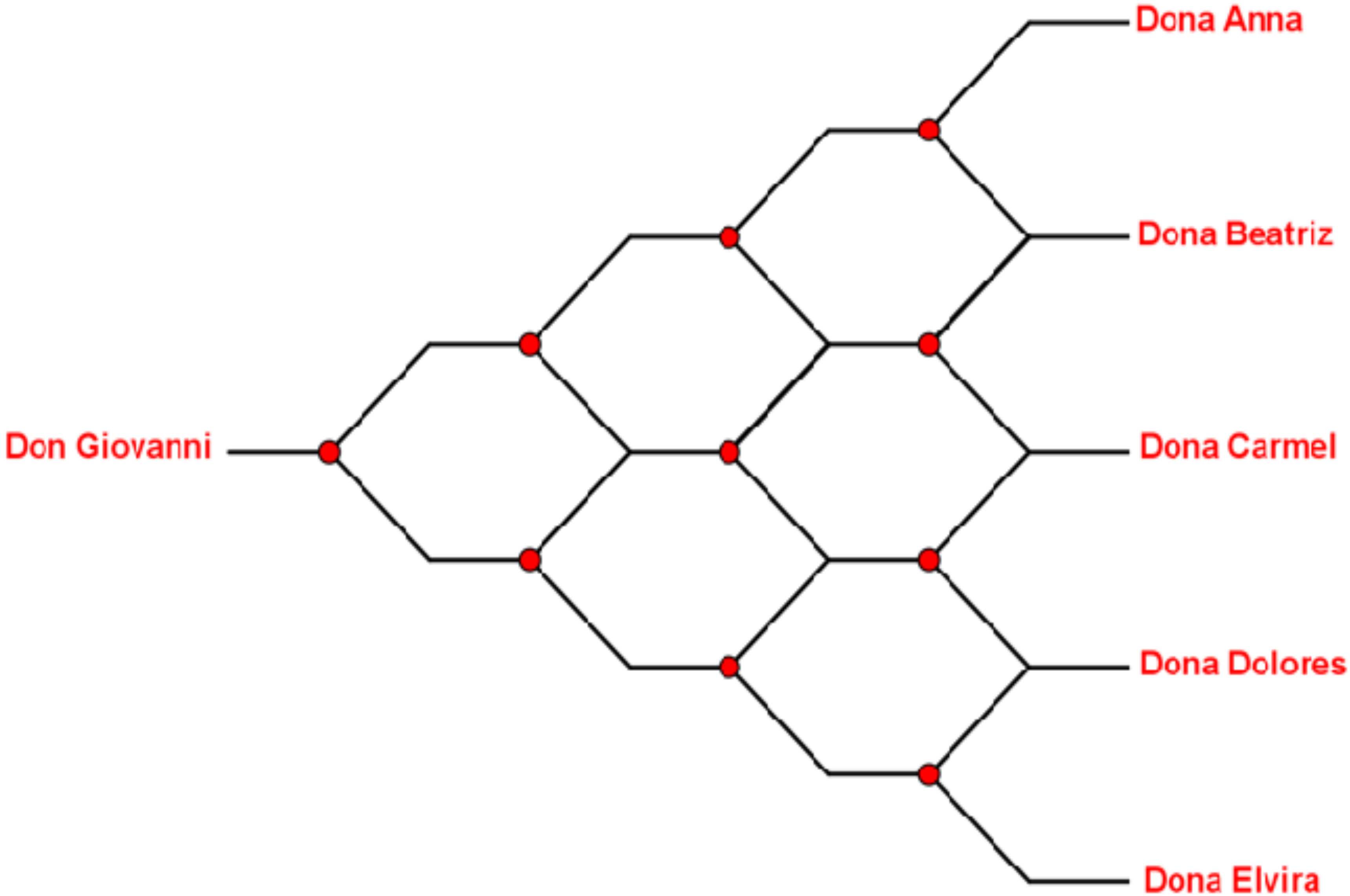
LE SUE DONNE.

Tutti conoscono Don Giovanni come uomo che aveva molte fidanzate.

A Siviglia una volta ebbe cinque donne contemporaneamente. Non volendo fare torto a nessuno, escogitò un modo del tutto casuale per decidere quale delle sue belle raggiungere:

partiva dal suo palazzo e ad ogni incrocio, come figura successiva, tirava una moneta, un doblone d'oro che usava solo per questo scopo, per decidere se andare a destra o a sinistra.

"*Così non farò torto a nessuna*", pensava.


Dona Anna
Dona Beatriz
Don Giovanni
Dona Carmel
Dona Dolores
Dona Elvira

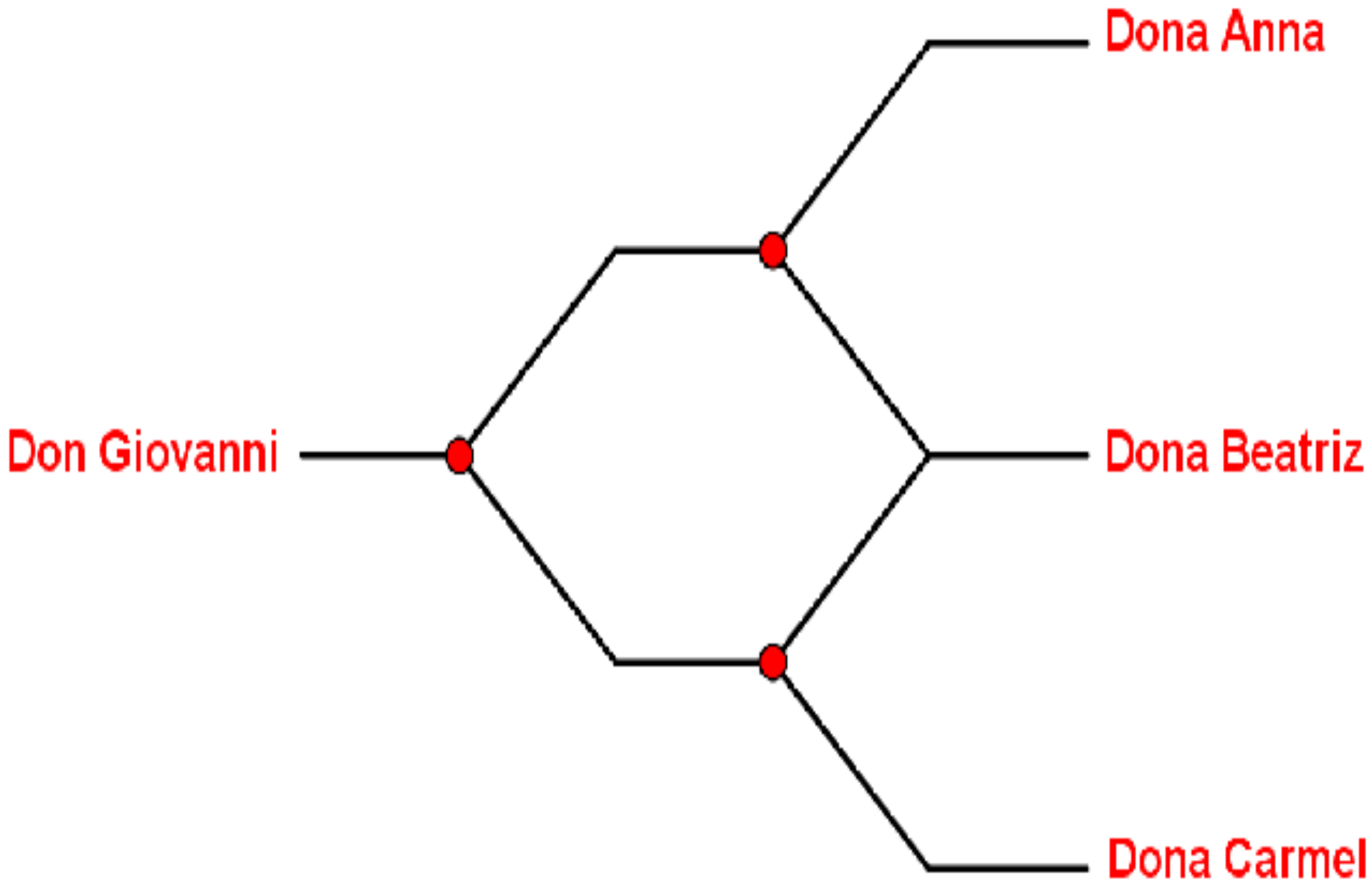
Aveva ragione o si sbagliava?
Sta di fatto che Donna Anna si lamentava di non vederlo da tre settimane, Donna Carmel sbuffava per averlo sempre tra i piedi, Donna Elvira lo rimproverava per averlo incontrato una sola volta in un mese.

"Eppure sono imparziale, ma non capisco come possa succedere", diceva Don Giovanni senza capacitarsi.

“Se fossero solo due fidanzate (per assurdo) le visite sarebbe distribuite metà e metà.

Ma perché con cinque non va bene?

Provo a capire se le fidanzate fossero solo tre: cosa succederebbe?”


Dona Anna
Don Giovanni
Dona Beatriz
Dona Carmel

“Ad ogni bivio tiro la moneta e decido: se viene testa vado a sinistra, se viene croce vado a destra. Così con due teste vado da Dona Anna; con una testa e una croce vado da Dona Beatriz, con due croci busso alla porta di Dona Carmel.

Dovrebbe essere tutto a posto….ma qualcosa ancora non va. Non capisco. Mi arrendo.”

Don Giovanni non trova la soluzione, noi possiamo aiutarlo?

Tutto funziona bene con due fidanzate.

Ma già con tre, le probabilità non sono le stesse. Perché lanciando due volte la moneta avremo ***quattro casi possibili*** e ***non tre***:

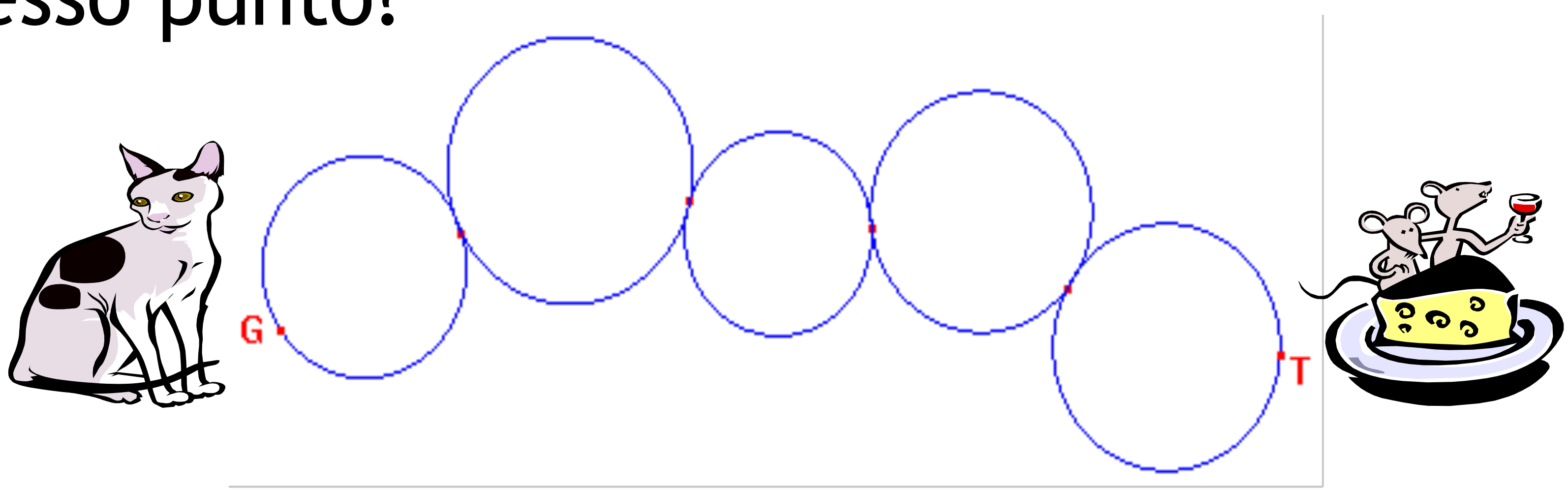
S S	Dona Anna
S D	Dona Beatriz
D S	Dona Beatriz
D D	Dona Carmel

Dato che le eventualità hanno la stessa probabilità, Don Giovanni andrà una volta su due (o due su quattro) da Dona Beatriz;

e in media una su quattro da Dona Anna e Dona Carmel.

(NOTA: gioco proposto a studenti di terza media)

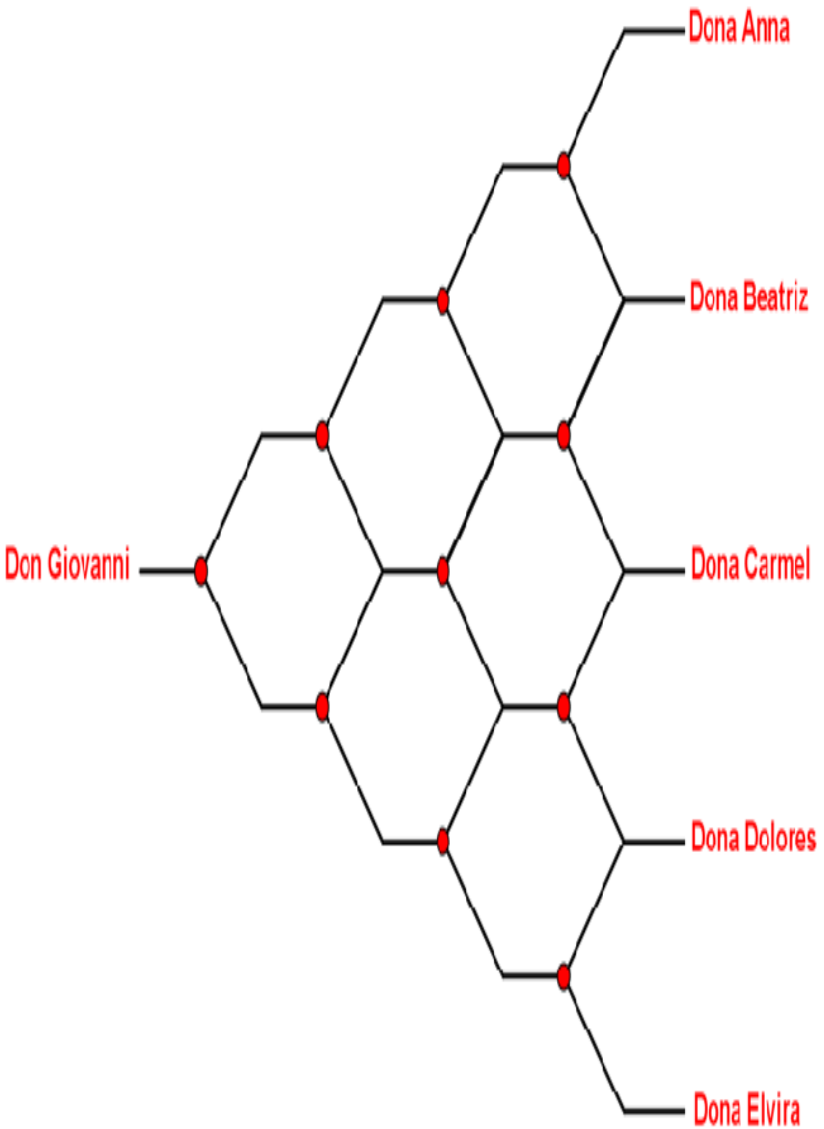
Un gatto per catturare due topi deve procedere secondo percorsi circolari, come in figura. Partendo dal punto **G**, quanti possibili itinerari potrà seguire per raggiungere i topi nel punto **T** , senza passare due volte dallo stesso punto?



Soluzione: percorsi possibili del gatto per catturare il topo

Nel caso di **cinque fidanzate** avremo queste probabilità, secondo lo schema con 4 bivi
(numero bivi= numero fidanzate – 1):

S S S S	Dona Anna
S S S D; S S D S; S D S S; D S S S	Dona Beatriz
S S D D; S D S D; S D D S; D D S S; D S D S; D S S D	Dona Carmel
D D D S; D D S D; D S D D; S D D D	Dona Dolores
D D D D	Dona Elvira



Abbiamo ***16 casi possibili***,

cioè 2x2x2x2= ; (l’esponente 4 rappresenta il numero dei bivi delle strade, che sarà (n-1), essendo n il numero delle donne)

di questi, un solo caso porta a Dona Anna e Dona Elvira,

Ce ne sono quattro per recarsi da Dona Beatriz e Dona Dolores,

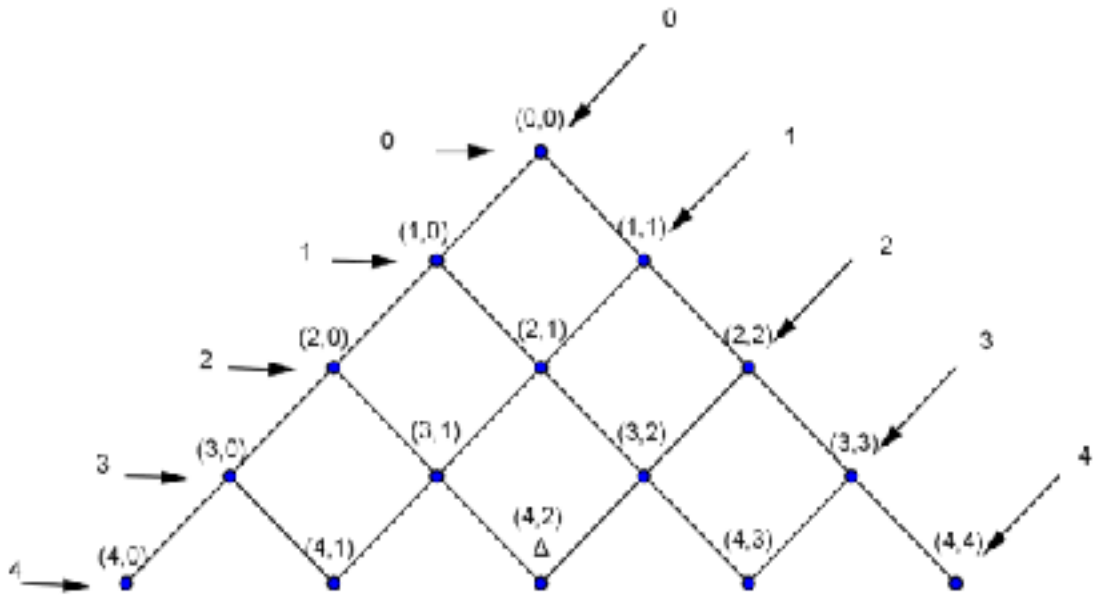
Ben sei per Dona Carmel,

Nel nostro problema abbiamo considerato che Don Giovanni avesse SOLO *cinque fidanzate* e abbia proceduto al *lancio di quattro monete*; ma se avesse avuto … 35 fidanzate (cosa non impossibile, si dice una volta ne abbia avuto 52), avrebbe dovuto lanciare volte la moneta, cioè più di 17 miliardi.

Bisogna cercare un altro calcolo più veloce.

Rappresentiamo il problema di Don Giovanni con una figura più schematica, nella quale le righe sono le strade e i pallini i bivi, a ognuno dei quali bisogna scegliere da che parte andare.

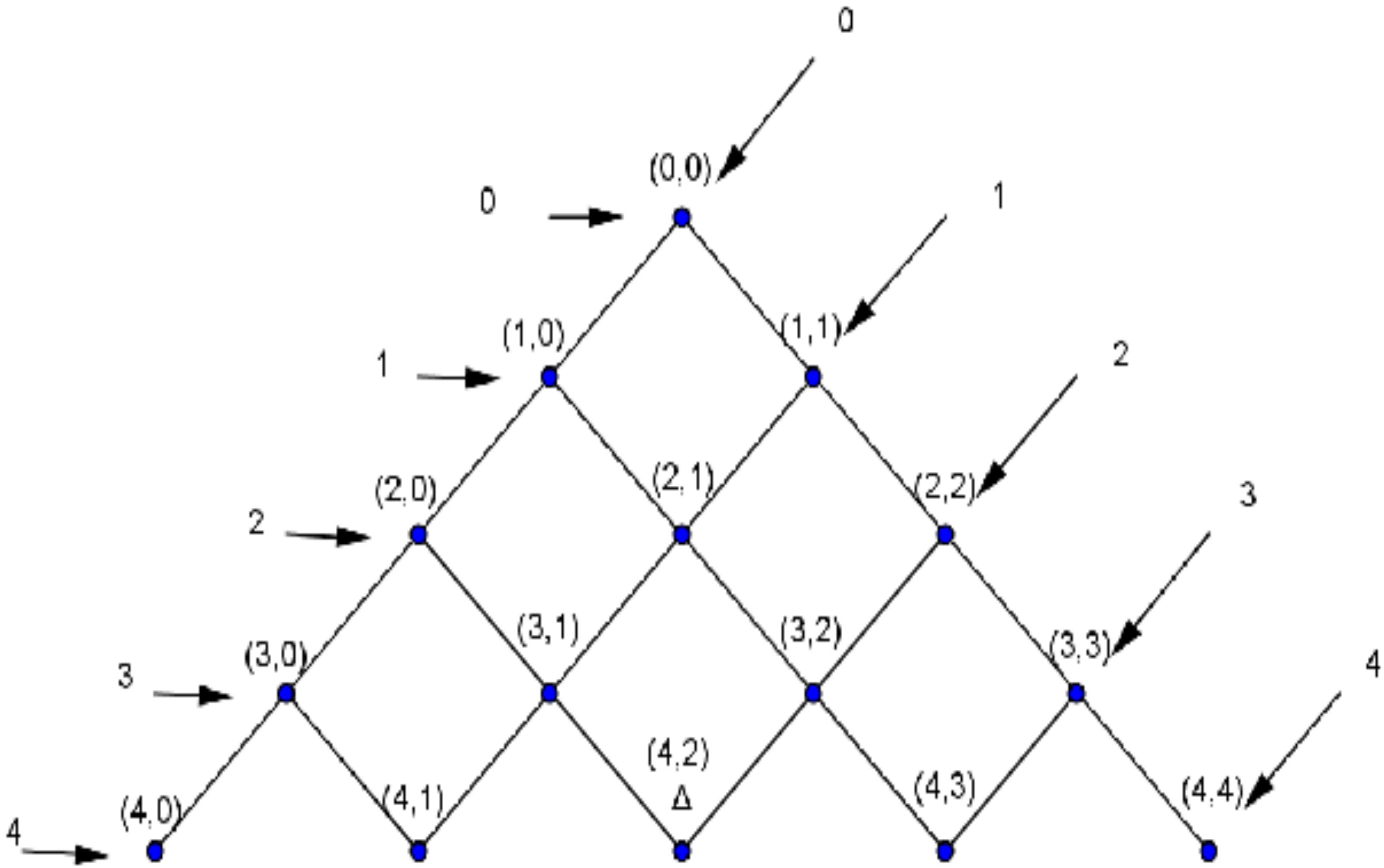
Possiamo numerare le righe orizzontali e su ogni riga i punti da sinistra a destra, ambedue a partire da 0. In questo modo ogni punto-incrocio sarà individuato su quale riga si trova e in che posizione sta.



Esempio:
il punto indicato con il triangolo si trova nella posizione (4,2)

Per calcolare quante strade portano al punto (4,2) , osserviamo che per arrivare a (4,2) si deve passare per forza da uno dei punti che gli stanno sopra, cioè o da (3,1) o da (3,2).

Le strade che portano al punto (4,2) sono tante quante quelle che portano al punto (3,1) più quelle che portano al punto (3,2).



0
(0,0)
0
1
(1,0)
(1,1)
1
2
(2,0)
(2,1)
(2,2)
2
3
(3,0)
(3,1)
(3,2)
(3,3)
3
4
(4,0)
(4,1)
(4,2)
Δ
(4,3)
(4,4)
4

In conclusione,

il numero da segnare in un qualsiasi punto (cioè il numero di strade che portano al quel punto) è la somma dei due numeri che gli stanno sopra dalle due parti nella riga precedente.

Questo per i punti all'interno.

Quelli sui lati (o esterni) sono tutti 1, dato che c'è un solo modo per arrivare a quel punto su un lato: andare sempre a destra o sempre a sinistra.

Come calcolare questi numeri?

Per trovare i numeri delle strade che portano ai vari incroci, mettiamo per prima cosa tanti 1 nelle posizioni esterne;

poi, cominciando dal vertice, riempiamo via via ogni posizione vuota sommando i due termini che le stanno sopra.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

Ebbene Sì:

in Italia si chiama ***il triangolo di Tartaglia***, Niccolò Fontana matematico bresciano del Cinquecento;
(in Francia ***triangolo di Pascal)***, che applichiamo per calcolare lo sviluppo di .

Esempio: se n=4, come nel nostro caso

I coefficienti sono: 1, 4, 6, 4, 1

Nel caso di Don Giovanni, le strade che conducono alle singole donne sono date dai coefficienti di :

- 1 strada porta a Dona Anna
- 4 …………………. a Dona Beatriz
- 6 …………………. a Dona Carmel
- 4 …………………. a Dona Dolores
- 1 …………………. a Dona Elvira

Ma…..

E’ possibile calcolare direttamente il numero corrispondente ad una data posizione senza dovere calcolare tutti i termini delle righe precedenti quando queste fossero numerose?

Ricorriamo alla **formula del binomio di Newton** per calcolare i termini **che si chiamano coefficienti binomiali.**

Se indichiamo con   il numero di strade che portano al punto **(n , k)** avremo: **corrispondenti alle posizioni esterne.**

Mentre per le **posizioni interne** per valori di k= 1, 2, 3, …, n , si applica:

Si ricorda che indichiamo con fattoriale del numero k! = 1 x 2 x 3 x 4 x …x k.

Esempio:

Ancora più velocemente, ricordando che

basta scrivere al numeratore il prodotto, a partire da n, dei primi k numeri in ordine decrescente; al denominatore il fattoriale di k.
Esempio:

ovvero:=120

Riprendendo il nostro caso, le strade che portano alle singole Donne saranno: (v. n. 63)

- Dona Anna: posizione (4,0);
- Dona Beatriz: posizione (4,1);
- Dona Carmel: posiz. (4,2);
- Dona Dolores: posiz. (4,3);
- Dona Elvira: posizione (4,4);

Si spera così che Don Giovanni possa calcolare a priori quanta strada dovrà percorrere di volta in volta per raggiungere le sue donne.

IL DILEMMA

DELLE

INNAMORATE

Altro **paradosso** in cui la matematica viene applicata dagli innamorati è quello famoso di *Martin Gardner:*

il dilemma delle innamorate.

Un giovane aveva due innamorate (può succedere!):
una abitava ad Est della Città l'altra ad Ovest.

Non riusciva mai a decidere quale ragazza andare a trovare, e allora lasciava al caso:

scendeva in metropolitana e prendeva il primo treno che passava, uno diretto ad Est e l’altro di verso opposto ad Ovest.

I treni nei due versi passavano regolarmente e con gli stessi intervalli di tempo di 10 minuti come in tabella:

Treni in arrivo diretti ad Est	Treni in arrivo diretti ad Ovest
…….	……
12.00	**12.01**
12.10	**12.11**
12.20	**12.21**
…….	…….

La ragazza che abitava ad Est dichiarava di essere felice di incontrare il ragazzo in media nove giorni su dieci;

mentre la ragazza che abitava ad Ovest era arrabbiata con il giovane perché andava a trovarla in media una volta ogni dieci giorni.

La situazione si presenta molto strana dal momento che tutti i treni passano ad intervalli regolari di 10 minuti; eppure viene privilegiata a caso la ragazza che abita ad Est.

Perché mai?

Soluzione:

- Per prendere il treno diretto ad Ovest, il giovane dovrà arrivare durante l'intervallo di un minuto (es. tra le 12.10 e le 12.11).
- Per prendere il treno diretto ad Est, potrà arrivare in un intervallo maggiore di 9 minuti (es. tra le 12.01 e le 12.10).

Pertanto, la probabilità di andare ad Ovest sarà un decimo, mentre quella di andare ad Est è nove decimi.

Concludendo:

possiamo applicare una logica probabilistica ugualmente razionale alla magia dell'amore?

Molte persone hanno incontrato come ***"per caso"*** il loro futuro marito o moglie in circostanze davvero improbabili.

Come si può spiegare ***"il caso"***? Si potrebbe dichiarare spassionatamente che in realtà ognuno di noi ha molti partner potenzialmente compatibili e che prima o poi finalmente ne incontrerà uno, narrando **tanti casi successi… per "*caso*"**.

Ma nessuno di questi argomenti sembrerebbe un granché convincente.

“Dio li fa e tra di loro li accoppia”.

Un matematico inglese ha trovato un valore di 26 persone nel mondo capaci di rispettare i suoi criteri selettivi alla ricerca del partner: numero di donne presenti nel mondo, frazione di quelle che abitano nelle sue vicinanze, percentuale di quelle con una età compatibile, livello culturale, …

Stimando un numero di 3,5 miliardi di donne esistenti sulla Terra (2010), la probabilità di puntare a caso una donna e trovare in lei l’anima gemella è dunque:

E cosa dire allora su un incontro casuale avvenuto in treno tra due giovani sconosciuti, partiti da località diverse e con destinazioni differenti?

Stesso treno…

… stesso vagone…

… stesso compartimento

Probabilità di incontro infinitesimale… Eppure è successo!

Per questo mi ritengo…

UN UOMO FORTUNATO!

GRAZIE!