

MATEMATICA CULINARIA

Spaghetti, arrosto, salsicce, patate, insalata, ...

UNI3 - Ivrea 2019

Francesco LA ROSA

La Matematica non è soltanto quella insegnata a scuola con un complesso di regole e operazioni a volte noiose e ripetitive, o con concetti astratti da imparare in ogni modo per superare un esame di Stato.

Esiste anche la **Matematica del Cittadino**, quella ci aiuta tutti i giorni nella vita pratica per leggere una bolletta, per calcolare gli sconti in periodi di saldi, per fare degli investimenti, per operare delle scelte, ecc.

Come pure la **Matematica giocosa** e la **Matematica ...truffaldina**, spesso applicata nei Casinò e nelle sale da gioco.

La matematica è un pilastro della nostra vita, un serbatoio insostituibile di idee e di tecniche per affrontare i problemi più complessi e renderli semplici senza banalizzarli.

L'impiego e l'utilizzo della matematica è sempre più vasto tanto da costituire oggi più che mai uno dei principali motori della società.

Certo, è normale aspettarsi la matematica in vari campi della vita e non solo nelle altre scienze, ma sicuramente non avreste mai pensato di trovarla anche ...

... IN CUCINA.



Ancora un esempio:

La nonna per il compleanno del nipotino dovrà preparare dei piattini tutti ugualmente composti avendo a disposizione **120 tartine**, **96 pizzette** e **168 salatini**.



Quale sarà il numero massimo dei piattini che potrà ottenere? Quale sarà il numero delle tartine, delle pizzette e dei salatini che compongono ciascun piattino?

Basta calcolare il M.C.D. = 24 piattini, ciascuno con 5 tartine, 4 pizzette, 7 salatini.

Infatti: $120 = 2^3 * 5 * 3$; $96 = 2^5 * 3$; $168 = 2^3 * 7 * 3$; $M.C.D. = 2^3 * 3 = 24$

$120 : 24 = 5$ tartine; $96 : 24 = 4$ pizzette; $168 : 24 = 7$ salatini

**Ma non ci aspetteremmo mai per l'appunto di trovare la matematica ...
nella cucina di casa nostra.**

Perché, a guardar bene, anche in questo regno dei profumi e dei sapori o dinanzi a una patata da sbucciare, possono emergere insospettite alchimie matematiche, a volte tutt'altro che elementari.

Ancora, **qual è la forma migliore per un boiler?**

Così, durante **la preparazione di un'insalata** e di **un piatto di spaghetti**, ci si può chiedere **perché il rollè cuoce più in fretta dell'arista, e le salsicce ancora prima dell' roast-beef.**

Perché il getto d'acqua che esce dal rubinetto si restringe scendendo verso il basso? E altro...

Siete a dieta? Possiamo calcolare le calorie di una pietanza?.

Calcoliamo le calorie contenute in una pietanza.

Cos'è la caloria?

La caloria o chilocaloria (kcal), è un'unità di misura che indica la quantità d'energia necessaria per alzare la temperatura di un litro d'acqua da 14,5° a 15,5°.

Nel gergo comune quando si parla di calorie si intendono le kcal e non le piccole calorie. Per esempio una mela ha mediamente 60kcal, o un litro di latte scremato 400kcal.

Nelle **etichette alimentari** troverai come unità di misura sia le kcal (utilizzate in Italia) che i kilojoule (adottati a livello internazionale).

Le etichette dei contenitori dei cibi riportano la Dichiarazione nutrizionale, nelle sigle: **AR= Assunzioni di Riferimento di un adulto medio (2000 kcal)** e **VR= Valori Nutritivi di riferimento.**

Es: nella confezione di 500 ml di latte, riporta Valori medi per 100ml: "Energia = 46kcal, Grassi.., Zuccheri.., Proteine..., Sale..., Calcio... .

Le **calorie** degli alimenti sono fondamentali nella gestione della propria alimentazione. Non si deve però esagerare nella ricerca della precisione.

Alimenti: calorie e nutrienti

La tabella illustra quante calorie (Kcal) apportano 100 g degli alimenti più comunemente utilizzati.

Se l'alimento da valutare non è presente si può utilizzare indicativamente la categoria alla quale appartiene, es.: una fettina di pollo o di maiale senza grasso visibile sarà alla voce carne (valori medi), il salame o la mortadella alla voce salumi (valori medi), lo stracchino o la mozzarella alla voce formaggi freschi e così via.

ALIMENTI (VALORI NUTRIZIONALI PER 100 G)	Kcal	proteine (g)	grassi (g)	carboidrati (g)
Latte intero	64	3,3	3,6	4,9
Latte parzialmente scremato	46	3,5	1,5	5
Yogurt intero	66	3,8	3,9	4,3
Yogurt magro	36	3,3	0,9	4
Yogurt magro alla frutta	53,6	4,4	0,1	7,46
Yogurt ai cereali	113	3,01	3,5	16,5
Succo di frutta	56	0,3	0,1	14,5
Spremuta di agrumi	33	0,5	0	8,2
Marmellata	222	0,5	0	58,7
Zucchero	392	0	0	104,5
Miele	304	0,6	0,6	80,3
Biscotto frollino	429	7,2	13,8	73,7
Biscotto secco	416	6,6	7,9	84,8
Brioche	358	8,3	20	38
Fette biscottate integrali	379	14,2	10	62
Muesli	364	9,7	6	72,2
Pane integrale	224	7,5	1,3	48,5
Pasta	353	10,9	1,4	79,1
Riso	332	6,7	0,4	80,4
Patate	85	2,1	1	17,9
Carne (valori medi)	127,7	20,63	5,02	0,06
Pesce (valori medi)	97,1	16,67	2,89	1,17
Uova gallina intero (60g)	128	12,4	8,7	0
Salumi (valori medi)	144,6	27,56	3,74	0,2
Prosciutto cotto sgrassato	132	22,2	4,4	1
Pr.Di Parma/S. Daniele sgrassato	147,5	28,05	3,9	0
Formaggi freschi (valori medi)	271,33	18,78	21,35	1,05
Grana Padano DOP	392	33	28	0
Ricotta vaccina	146	8,8	10,9	3,5
Mozzarella	253	18,7	19,5	0,7
Scamorza	334	25	25,4	1
Frutta (valori medi)	35,39	0,68	0,18	8,28
Verdura (valori medi)	20,13	1,74	0,2	3,01
Legumi secchi (valori medi)	295,7	22,09	2	49,39
Piselli freschi	52	76	0,2	12,4
Olio Oliva extravergine	899	0	99,9	0
Burro	758	0,80	83,40	1,10

	ALIMENTI PER COLAZIONE E/O MERENDA
	ALIMENTI PER PRIMI, PANE E SOSTITUTI
	ALIMENTI PER I SECONDI PIATTI
	FRUTTA E VERDURA
	LEGUMI
	CONDIMENTI

1. Calcola le calorie della seguente ricetta:

spaghetti alla carbonara:

spaghetti: 80 g (100g=365cal);

pancetta affumicata o guanciale: 20 g (100g=661cal);

parmigiano: 10g (100g=374cal);

olio oliva: 10g (100g=901cal); uovo: ½ (1 uovo=80cal).

Spaghetti; $80g : xcal = 100g : 365cal;$

$$spaghetti; xcal = \frac{80g * 365cal}{100g} = 292cal$$

Pancetta affumicata: 132,2cal;

parmigiano: 37,4cal; olio: 90,1cal; uovo: 40cal

Totale: 591,7cal \cong 600cal



1. Calcola le calorie della seguente ricetta:

spezzatino di manzo

150g carne (100g=130cal); 150g pomodori (100g=19cal); 10g olio oliva (100g=901cal);

20g cipolla rossa (100g=25cal); 15cl vino bianco (10cl=70cal); sale, pepe

Carne: $150g : 100g = xcal : 130cal$;

$$xcal = \frac{150g * 130cal}{100g} = 195cal$$

Pomodori: 28,5cal; olio: 90,1cal; cipolla: 5cal;
vino: 105cal

Totale 423,6cal



Parleremo di "**matematica in cucina**", tra fornelli e lavelli, con curiosità divertenti e stimolanti esempi nel campo matematico-culinario per tutti quelli che la matematica hanno sempre stentato a ... digerirla.

BOILER E RADIATORE

Qual è la differenza tra uno **scaldabagno** e un **radiatore**?

Entrambi contengono acqua calda, ma **lo scaldabagno deve tenere l'acqua calda il più a lungo possibile,**

mentre **il radiatore deve raffreddarla più velocemente perché gli viene fornita continuamente nuova acqua calda dalla caldaia e quindi emettere il calore verso l'esterno.**



Scaldabagno alto 47 cm e largo 45 cm

Insomma, **lo scaldabagno deve essere costruito e avere forma in modo da disperdere calore il meno possibile conservando l'acqua calda che contiene,** mentre il radiatore dovrà avere una forma per disperdere il calore il più rapidamente possibile per riscaldare l'ambiente.

Quindi, **il calore contenuto nell'acqua dipende: dalla temperatura e dal volume.**

Il calore viene trasmesso all'esterno attraverso la loro superficie: maggiore è la superficie, maggiore sarà la dispersione del calore.

Dunque, fissata la temperatura (es. termostato a 60°) il calore contenuto in un corpo qualunque è proporzionale al suo volume; mentre la perdita di calore in un dato tempo è proporzionale alla sua superficie.

Di conseguenza, le differenti funzioni tra scaldabagno e radiatore si riflettono nei rapporti matematici tra **volume (scaldabagno) e **superficie (radiatore)**.**

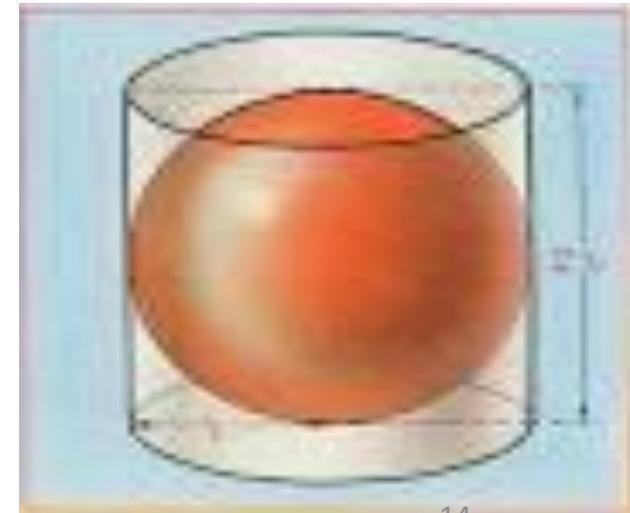
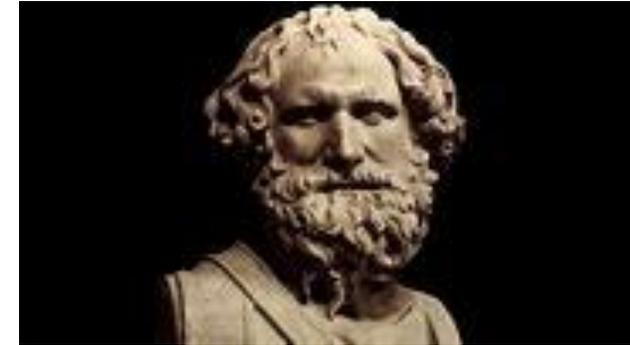
SCALDABAGNO

La forma dello scaldabagno deve dunque avere una superficie tale da disperdere il meno possibile il calore; cioè, deve rispondere al seguente problema di geometria: **fra tutti i corpi di un dato volume, qual è quello che ha superficie minima?**

Si può dimostrare che la figura migliore è **la sfera**: dunque, **fra tutti i solidi di volume fissato, la sfera ha superficie minore.**

Però, per motivi pratici di attacchi alle pareti e di ingombro non vediamo scaldabagni sferici. Si preferisce, pertanto, farli **cilindrici**: in particolare, se fissiamo una superficie, **il cilindro di massimo volume sarà quello avente l'altezza uguale al diametro di base, cioè il cilindro equilatero circoscritto alla sfera.** Cioè, **meglio tozzo che stretto e lungo.**

Archimede (Siracusa 287 – 212 a.C.) dimostrò che il volume di una sfera è $\frac{2}{3}$ del volume del cilindro circoscritto.



Quale lattina per risparmiare alluminio?



Lattine da 250 ml



scatola pelati:

altezza 12 cm e diametro base 10 cm





Bolle di sapone

Saper prevedere come si dispone una pellicola saponata costituisce un problema matematico noto come Problema di Plateau, dal nome del fisico belga J.A.F. Plateau (1801 – 1883).

La lamina di sapone si dispone a formare una superficie la cui area sia la minima possibile tra quelle aventi quel dato contorno.

Questo avviene perché la tensione superficiale della lamina saponata tende a ridurre il più possibile l'estensione.

RADIATORI

Al contrario dello scaldabagno un radiatore deve irradiare il calore nell'ambiente, quindi **sarà tanto più efficace quanto maggiore sarà la superficie**. Quindi, dobbiamo **trovare fra tutti i solidi di volume dato, quello che ha superficie massima**.

Questo sarà **una piastra**: cioè un cilindro con la base molto grande e l'altezza piccola; **oppure il tubo**: un cilindro con la base piccola e altezza grande.

La piastra non è tutto di un pezzo ma è divisa in modo da permettere una migliore circolazione dell'acqua.

Il tubo non è dritto, ma è piegato e arrotolato in modo da stare in uno spazio ragionevole, per esempio sotto il vano della finestra e in genere ha delle alette che **permettono una maggiore dispersione del calore**.



Dunque, a parità di volume, (e di materiali) un oggetto (o corpo) che ha meno superficie si riscalda più lentamente; se invece è caldo si raffredda più lentamente rispetto ad uno con molta superficie.

Questa spiega perché quando entriamo in un letto freddo ci rannicchiamo in modo da restare caldi, diminuendo la superficie;

mentre se fa caldo, ci stendiamo al massimo per raffreddarci prima possibile.



Lo stesso gli animali:

una **volpe artica** che vive in climi più freddi è grassoccia, tondeggiante e impellicciata per conservare calore, rispetto ad una **volpe mediterranea** snella e con le orecchie a punta.



CAPELLINI E SPAGHETTI.

Così, i capellini o spaghettoni cuociono prima degli spaghetti, e le zucchine lunghe prima delle tonde.



SPAGHETTI

Cala la pasta, ma quanta per 4 persone?

Non ho una bilancia, ma per fortuna ho un **misuratore di spaghetti**, graduato da una a quattro porzioni.

Il cerchio da una porzione ha un diametro di 23 mm; quello da due porzioni, 30,5 mm; quello da tre, 37,5 mm; quello da quattro 43,5 mm.

Misure che possiamo approssimare:

- **1 porzione: $\phi = 2,3$ cm**
- **2 porzioni: $\phi = 3$ cm**
- **3 porzioni: $\phi = 3,7$ cm**
- **4 porzioni: $\phi = 4,3$ cm**



Si nota subito che raddoppiando il numero delle porzioni, non raddoppia il diametro: perché?

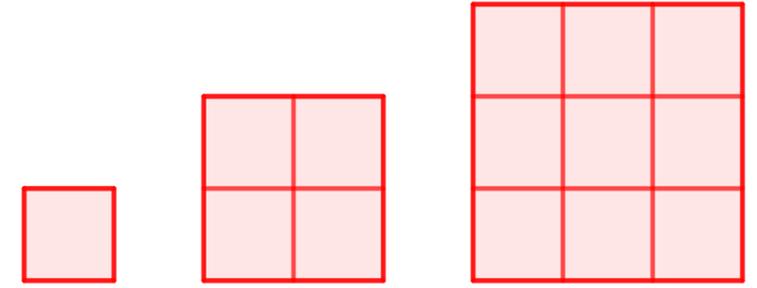
Essendo i buchi del misuratore tondi, **raddoppiando il diametro (o il raggio) l'area si moltiplica per quattro, e quindi anche la quantità degli spaghetti viene moltiplicata per quattro (il raggio figura al quadrato).**

Infatti, essendo l'area del cerchio $A = \pi R^2$, se raddoppiamo il raggio sarà $A = \pi (2R)^2 = 4 \pi R^2$.

Se si moltiplica il raggio per 3, l'area viene moltiplicata per $3^2 = 9$; ... , se si moltiplica per 10, l'area aumenta di 100 volte; ...

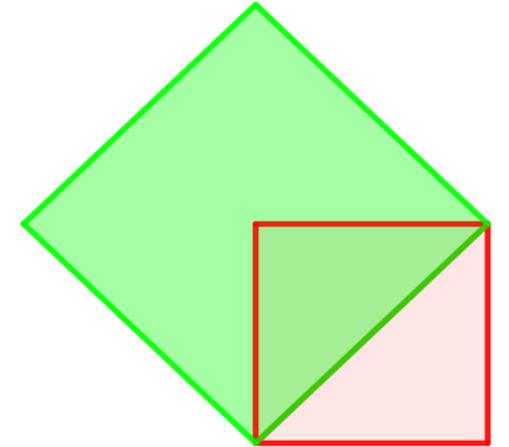
Pertanto, se si moltiplica il raggio per un fattore k , l'area del cerchio diventa $A = \pi (k R)^2 = \pi k^2 R^2$, cioè viene moltiplicata per un fattore k^2 .

Questo fatto vale per tutte le superfici, non solo un cerchio o un quadrato, ma anche per le superfici curve nello spazio. Vediamo attraverso qualche figura:



Ricordiamo invece **il quadrato doppio**:

Sarà costruito sulla diagonale del quadrato di lato 1; infatti, avendo per lato (per il teorema di Pitagora) $l = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$, l'area sarà $A = l^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$, cioè il doppio.



Dunque, per avere un quadrato doppio bisogna moltiplicare per $\sqrt{2}$; lo stesso vale per il cerchio: se si vuole disegnare un cerchio doppio di un altro, bisogna moltiplicare il raggio per $\sqrt{2}$. Se si vuole il triplo, bisogna moltiplicare per $\sqrt{3}$; e in generale, se si vuole un cerchio k volte più grande si deve moltiplicare il suo raggio per \sqrt{k} .

I valori $\sqrt{2} = 1,41$ e $\sqrt{3} = 1,73$ sono approssimati; perciò, partendo dal cerchio da una porzione di diametro $\phi = 2,3$ cm:

- quello per due porzioni dovrebbe essere:

$$\phi = 2,3 \text{ cm} \times \sqrt{2} = 2,3 \times 1,41 = 3,25;$$

- quello per tre porzioni $\phi = 2,3 \text{ cm} \times \sqrt{3} = 3,98$;
- quello per quattro porzioni $\phi = 2,3 \text{ cm} \times \sqrt{4} = 4,6$.

Porzioni	1	2	3	4
Diametro misurato	2,3	3	3,7	4,3
Diametro calcolato	2,3	3,25	3,98	4,6

Pare che le porzioni per più persone siano più piccole rispetto a quella per una persona; evidentemente, il costruttore ha voluto privilegiare quello per una persona, forse ritenendolo più affamato o forse pensando che più persone mangiano meno, compensando chi mangia di più e chi di meno.

Ma possiamo calcolare **quanta pasta corrisponde a una porzione, come peso e come numero?**

Il misuratore questo non lo indica ma possiamo calcolarlo.

Per sapere grosso modo **quanti spaghetti passano per un buco** bisogna sapere il diametro degli spaghetti: **più grossi sono, meno ce ne passano.**

Il numero degli spaghetti che passano per un buco non dipende dalla lunghezza dello stesso spaghetti ma solo dal diametro.

In una porzione, ci sono più capellini che spaghetti. Certo, se prendiamo spaghetti più lunghi dei normali, (es. il doppio), è chiaro che la porzione peserebbe circa il doppio di una porzione normale.

Se poi vogliamo **calcolare il peso**, bisogna conoscere quanto pesa uno spaghetti. Per pesarli, conviene prenderne una certa quantità, **esempio 100**, e il loro peso misura circa 80 g, dunque **uno spaghetti misura 0,8 g.**

Misurato che il **diametro di uno spaghetti è di circa 1,8 mm**, per sapere il numero degli spaghetti che passano dal buco basta fare il rapporto l'area di questo buco di raggio R e l'area della sezione dello spaghetti di raggio r :

$$\text{numero spaghetti} = \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{R^2}{r^2}$$

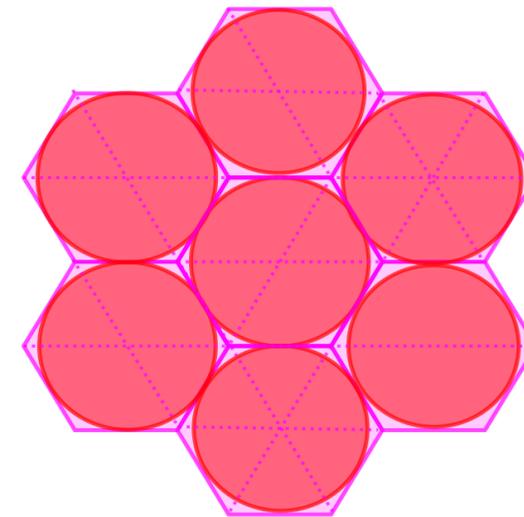
Ma ciò andrebbe bene nel caso di **spaghetti alla chitarra** che hanno una sezione quadrata e quindi **si possono accostare senza lasciare spazio tra l'uno e l'altro**. Ma **gli spaghetti accostati lasciano spazi di aree diverse, secondo la forma che assumono**.

Quindi il risultato ottenuto non va bene perché non tiene conto degli spazi vuoti tra uno spaghetti e l'altro.

Che forma possono assumere gli spaghetti nella distribuzione?

La migliore disposizione è quella esagonale, dove il rapporto tra l'area occupata e l'area totale è:

$$\frac{\pi}{2\sqrt{3}} \cong 0,908 \cong 90,8\% \text{ del totale.}$$



Infatti, essendo l'area dell'esagono circoscritto uguale a $A_{esagono} = 2\sqrt{3}R^2$

il rapporto tra l'area occupata e l'area piena sarà: $\frac{\pi R^2}{2\sqrt{3}R^2} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$

Se stringiamo una certa quantità di spaghetti, e li stringiamo in modo che occupino lo spazio minimo possibile, gli spaghetti si metteranno nella **configurazione a esagono** e occuperanno circa i nove decimi dello spazio disponibile.

Di conseguenza, il numero di spaghetti che passa per un buco del misuratore non sarà $\frac{R^2}{r^2}$

Ma $0,9 \frac{R^2}{r^2}$; quindi, **una porzione sarà composta all'incirca di $0,9 \times \frac{23^2}{1,8^2} = 148$ spaghetti.**

Analogamente:

due porzioni avranno: $0,9 \times \frac{30^2}{1,8^2} = 252 \text{ spaghetti}$

tre porzioni avranno: $0,9 \times \frac{37^2}{1,8^2} = 383 \text{ spaghetti}$

quattro porzioni avranno: $0,9 \times \frac{43^2}{1,8^2} = 518 \text{ spaghetti}$

Avendo già calcolato il **peso di un singolo spaghetti, (0,8 g),**

diventa facile calcolare il peso delle varie porzioni:

Porzioni	1	2	3	4
Numero spaghetti	148	252	383	518
Peso in grammi	118	201	306	414

Certamente, più piccoli sono gli spaghetti più ce ne passano, ma il peso in grammi non dipende più di tanto. **Per i bucatini, invece, bisogna considerare non solo lo spazio vuoto tra due spaghetti ma anche il foro interno ai bucatini. Per questo motivo lo stesso misuratore serve per tutte le specie di spaghetti.**

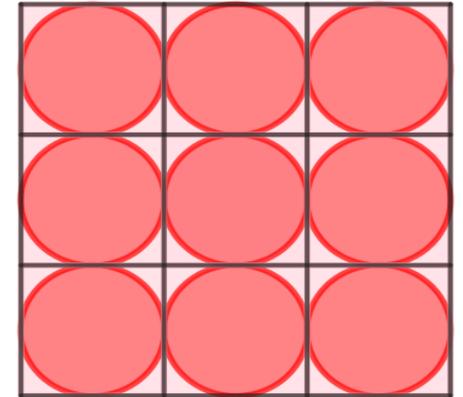
Ma siamo sicuri che quando infiliamo gli spaghetti nel buco del misuratore questi si dispongono nella posizione ottimale esagonale?

Nel caso degli spaghetti, cioè dei cerchi, la pressione che esercitiamo quando li prendiamo in mano per farli passare dentro al misuratore li costringe a stringersi il più possibile l'uno all'altro e quindi a disporsi nella configurazione ottimale a esagono.

Lo stesso succede quando si versa **il riso in un barattolo**: una parte di riso rimane nella scatola e resta lo spazio sprecato tra un chicco e l'altro. **Ma basta però scuotere un po' il barattolo, magari dandogli dei colpetti da una parte, ed ecco che i chicchi si assestano e si libera uno spazio dove possiamo mettere il resto del riso.** Lo scuotimento ha smosso i chicchi di riso che erano disposti male, e ha permesso la migliore configurazione possibile.

Si potrebbe ancora continuare a scuotere, ma dopo un po' la situazione non migliora; segno che si è ottenuta una situazione stabile.

Se la disposizione assumesse la forma quadrata la parte occupata dagli spaghetti sarà **78,5% del totale**



Cala la pasta... ma prima deve bollire l'acqua!

Il processo di ebollizione avviene molto più velocemente e solo alla temperatura di ebollizione (che varia con la pressione), mentre il processo di evaporazione avviene più lentamente e avviene anche a temperature inferiori alla temperatura di ebollizione.

L'**ebollizione** avviene a 100 °C. Durante l'**ebollizione** la temperatura rimane costante e si chiama **temperatura o punto di ebollizione**.

Aumentando la pressione esterna la temperatura di ebollizione cresce, mentre **diminuendo la pressione la temperatura di ebollizione diminuisce**. Per questo motivo, l'acqua bolle prima in montagna rispetto al mare: esempio, sul Monte Bianco (4800 m) l'acqua bolle a 84°.

Pentola a pressione: il punto di ebollizione dell'acqua che può essere portata a 200, 300 ... °C

Bolle prima una pentola sul fuoco con o senza sale dentro?

Bolle prima una pentola senza sale dentro.

Perché?



L'**acqua** e il **sale** costituiscono una **soluzione** e hanno una loro **pressione interna parziale**.

La pressione parziale interna di una soluzione è sempre inferiore alla pressione parziale del solo solvente (acqua), ovviamente a parità di temperatura.

Quindi riscaldata fino a 100° C la pressione della soluzione non avrà ancora eguagliato la pressione atmosferica; sarà necessario un ulteriore incremento di temperatura perché raggiunga la pressione atmosferica e quindi vada in ebollizione.

Esempio: se prendiamo **un litro di acqua** e aggiungiamo **sale da cucina (soluto)** per cuocere la pasta, diciamo **8 gr/litro**, **allora per far bollire l'acqua con il sale devo arrivare a 100,14 °C e quindi occorre più tempo, seppur di poco.**

ARROSTO E SALSICCE CON PATATE

E arriviamo alla carne: cuoce prima l'arista o un rollè?

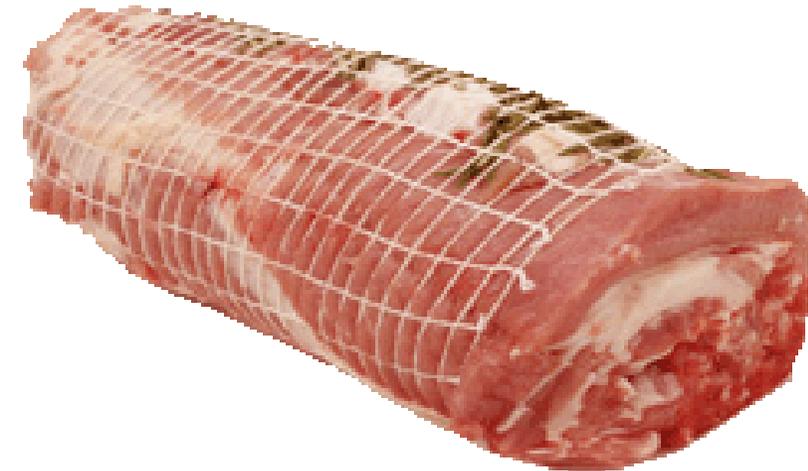
L'arista è un pezzo di carne tozzo, una specie di scaldabagno;

mentre il rollè è un tubo, come il radiatore.

Quindi, in proporzione al peso, **il rollè**, come **le polpette**, ha superficie maggiore dell'arista, e assorbe molto più calore.

Le parti interne del rollè stanno più vicine alla superficie e perciò il calore arriva prima.

Pertanto, **molta superficie dà la possibilità di avere tutte le parti vicine al bordo**, **poca superficie costringe alcune parti a stare più interne.**



Idem il **roast-beef**: nel tempo che un chilo di **salsicce** ci mette a cuocere completamente, **un chilo di roast-beef** riesce appena a rosolarsi all'esterno, mentre all'interno resta quasi crudo.



Insomma, se abbiamo fretta, al posto di cucinare un **polpettone** conviene fare delle **polpette** perché cuociono prima.

E ancor più alla svelta il **tritato** quando facciamo il sugo.



Lo stesso succede per le **patate**: quelli piccole hanno **proporzionalmente più superficie** di quelle grosse della **stessa forma**, e quindi **assorbono, in proporzione, più calore**.

Quindi quelle piccole saranno bruciate prima che le patate grandi siano cotte; conviene tagliarle in pezzi di grandezza simile alle patate piccole.

Cucinare al forno e arrostitire sono la stessa cosa? Per molti sì e spesso si dice che patate al forno e patate arrosto siano la stessa cosa.

Qual è la **differenza tra patate arrosto e patate al forno?**
«Arrostire» significa cuocere la carne a fuoco vivo sulla gratella, allo spiedo, nel tegame senza umido.

In altre parole quando si fa qualcosa **arrosto vuol dire che si è fatto uso di una temperatura molto elevata** (a fuoco vivo per esempio nel caso di **un barbecue o una grigliata**) **con l'obiettivo di rendere il cibo più rustico e croccante.**



Patate arrosto



Patate al forno

Non è sempre detto, viceversa, che le **patate al forno** abbiano anche loro queste caratteristiche. Per quale motivo?

In base alla temperatura e alla modalità di cottura impostata nel forno non è detto che si crei quella **crosticina croccante e dorata tipica delle patate arrosto** quindi in questo caso si potrebbe solo parlare di **patate al forno e non patate arrosto**.

Se però lasciate le stesse patate ancora nel forno, si aumenta la temperatura e magari si imposta la **modalità grill** le cose cambiano:

in questo caso si parla di **patate arrosto perché la loro superficie è cambiata diventando più croccante e rustica**.



Quindi ricapitolando, la **differenza tra patate arrosto e patate al forno** sta nel fatto che delle **patate arrostate anche al forno ma con il grill sono sicuramente delle patate arrosto, ma non è necessariamente vero che delle patate al forno siano delle patate arrosto.**



Se usi lo stesso procedimento solo per gratinare uno sfornato di **verdure** o per rendere più dorata la superficie delle **lasagne** non si potrà sicuramente dire di aver fatto delle lasagne arrosto ma piuttosto di aver fatto delle **lasagne al forno**; questo perché si parla di **arrosto solo quando l'intero piatto viene arrostito rigirandolo più volte** da una parte e dall'altra e dorandone quindi tutta la superficie di cottura.



Perché si cuociono gli alimenti?

La cottura è indispensabile affinché molti alimenti possano essere mangiati; causa infatti numerosi cambiamenti nei cibi: **migliora le caratteristiche organolettiche dei cibi modificandone l'aspetto, il colore, il sapore e l'aroma e contribuendo a renderli più appetibili.**

La cottura, se correttamente attuata, consente **l'eliminazione dei microrganismi presenti e sostanze tossiche (ad esempio la solanina delle patate).**

È però necessario che l'alimento, anche nelle parti più interne, raggiunga almeno 7 °C e venga poi consumato immediatamente o conservato, seguendo alcune precauzioni:

bisogna mantenere la temperatura di conservazione al di sotto di 10 °C o al di sopra di 60 °C, temperature incompatibili con l'attività batterica; riscaldare la pietanza, prima di mangiarla, a 70 °C per almeno due minuti; evitare il contatto tra cibi cotti e crudi, l'uso di utensili non lavati, mani sporche.



Ma come avviene la trasmissione del calore nelle pietanze?

Modalità di propagazione del calore

Le varie tecniche o sistemi di **cottura degli alimenti** sfruttano tre **MODALITA'** di **propagazione/trasmissione del calore**, che sono rispettivamente: **conduzione**, **convezione** e **irraggiamento**.

Le modalità di trasmissione del calore possono coesistere all'interno della stessa tecnica o sistema di cottura dei cibi; ad es: **nelle cotture al forno (o arrosto), il calore viene trasmesso contemporaneamente per conduzione, convezione e irraggiamento**: la **conduzione** è data dalla **griglia** (o **padella**) sulla quale poggia l'alimento, la **convezione** si ottiene con l'**aria** (o con il **vapore**) in esso contenuta e l'**irraggiamento** per mezzo delle **resistenze elettriche** dirette o della **fiamma** alimentata dal gas combustibile.

Due modalità nella cottura in brasiera per un brasato: **conduzione dal metallo del tegame (riscaldato dalla fiamma)**, mentre la convezione dal liquido di cottura ed i vapori bollenti trattenuti dal coperchio.

Tecniche o sistemi di cottura

Le tecniche o sistemi di cottura sono una quindicina e vengono organizzati in sei **PRINCIPI** di cottura dei cibi.

Principi di cottura al CALORE SECCO: forno, griglia, gratinatura, arrosto al forno, arrosto allo spiedo.

Principi di cottura in ACQUA/al CALORE UMIDO: bollitura, sbianchitura, sbollentatura.

Principi di cottura al VAPORE: cottura a vapore senza pressione, cottura a vapore con pressione.

Principi di cottura nei GRASSI: frittura per immersione, frittura in padella.

Principi di cottura MISTA per COMBINAZIONE delle diverse modalità: brasatura, cottura in casseruola, stufatura.

Principi di cottura al microonde e nuove tecnologie: induzione, sotto-vuoto, a bassa densità.

Nota: sbianchitura.

Come si può evitare che le verdure e legumi freschi perdano colore durante la cottura?

Per la lavorazione di **verdura verde o da foglia** (es. fagiolini, piselli, broccoletti, bietole, cavolo, cavolfiore, finocchio, sedano), la sbianchitura consiste nell'immergere le verdure in acqua bollente (la salatura dipende da cosa si deve fare con le verdure) in rapporto di 1 Kg di verdura per 10 litri di acqua.

Togliere le verdure appena l'acqua riprende il bollore e freddarle immediatamente in acqua fredda.

Per la lavorazione delle **patate, o dei tuberi in genere**, la sbianchitura si effettua in acqua leggermente acidulata, unendo un cucchiaino di aceto per litro di acqua, non salata per conferire una maggiore struttura alle patate.



Spinaci sbianchiti e messi in acqua e ghiaccio

TABELLA RIASSUNTIVA DELLA COTTURA DEI CIBI				
Principi di cottura	Mezzo di propagazione	Tecniche o sistemi di cottura	Temperatura di cottura °C	Modalità di trasmissione del calore
Cottura al calore secco	Aria	Cottura al forno	140:250°C	Convezione + irraggiamento oppure Conduzione + irraggiamento
		Cottura alla griglia	220:250°C	
		Gratinatura	250:300°C	
		Arrosto al forno	+/-200:220°C	
		Arrosto allo spiedo	Circa 250°C	
Cottura in acqua	Acqua	Bollitura	+/-100°C	Convezione
		Sbianchitura		
		Sbollentatura		
Cottura al vapore	Vapore (vapore acqueo o di emulsioni acquose)	Cottura a vapore senza pressione	Fino a 100°C	Convezione
		Cottura a vapore con pressione		
Cottura nei grassi	Olio-grasso	Frittura per immersione	Oltre 100°C	Convezione, convezione + irraggiamento
		Frittura in padella		
Cotture miste	Aria-acqua-vapore-olio-grasso	Brasatura	+/-150°C	Convezione + conduzione
		Cottura in casseruola		
		Stufatura		
Microonde	Molecole polari (acqua nell'alimento)	Cottura a microonde	Variabile secondo il piatto che si vuole cuocere	Irraggiamento

I metodi di cottura che utilizziamo sono molteplici e ognuno di loro modifica in qualche modo la composizione dei nutrienti. Vediamo insieme i vantaggi e gli svantaggi.

BOLLITURA

La bollitura viene effettuata tramite una **cottura in acqua** o in altro liquido (ad esempio brodo) portato all'ebollizione (in genere intorno ai 100°C). **Il trasferimento di calore avviene per convezione**, come nella cottura sotto pressione e a vapore.

Questo tipo di cottura è ampiamente utilizzata sia per i prodotti di origine vegetale (verdure, pasta) che per quelli di origine animale (carni, pesce).

Che vantaggi ha?

La bollitura consente di evitare l'aggiunta di grassi di condimento e di aromatizzare i cibi con l'aggiunta di odori e spezie nell'acqua di cottura.

Le carni risultano spesso più tenere, saporite e digeribili.

Con la bollitura gli alimenti perdono parte del loro valore nutrizionale che può essere in parte recuperato riutilizzando il liquido di cottura.



BAGNOMARIA

L'alimento da cuocere viene posto in un recipiente immerso in un altro contenitore colmo d'acqua. **(Cottura in acqua)**

Il riscaldamento dell'acqua può avvenire sul gas o nel forno.

La temperatura dell'acqua non supera generalmente i 90-95°C e quindi non raggiunge mai il punto di ebollizione.



E' indicato per la preparazione delle creme, per la preparazione di salse ed emulsioni a base di grassi.

Che vantaggi ha?

E' in generale un buon metodo di cottura che **preserva una buona parte delle caratteristiche nutrizionali degli alimenti.**

Inoltre, a differenza della bollitura, non ha l'inconveniente di facilitare la perdita di nutrienti idrosolubili in quanto l'acqua viene utilizzata solo come mezzo per trasmettere il calore e non viene quindi generalmente in contatto con l'alimento da cuocere.

PRESSIONE

E' un tipo di **cottura a vapore** che si differenzia dalle cotture in umido in quanto le temperature raggiunte superano i 100°C.

Ciò determina una maggiore trasmissione del calore per convezione.



Nella pentola a pressione gli alimenti sono cotti in tempi più brevi (grazie al miglior trasporto di calore) e al riparo dall'ossigeno e dalla luce, fattori che possono compromettere le caratteristiche nutrizionali delle preparazioni alimentari.

Che vantaggi ha?

Da un punto di vista nutrizionale la cottura mediante pentola a pressione è buona cosa in quanto generalmente viene impiegata poca acqua e quindi le perdite di nutrienti idrosolubili risultano minori rispetto ad altre cotture in umido quali la bollitura.

STUFATURA

Con la **brasatura** è uno dei metodi classici di **cottura in umido**; è caratterizzata quindi dall' **aggiunta di liquidi all'alimento in cottura e dall'uso di temperature moderate (inferiori a 100°C)**.

Questo metodo di cottura può essere **paragonato anche a quello a vapore**, in quanto, **quale conduttore di calore, sono sfruttati sia i liquidi aggiunti agli alimenti quali acqua, grassi, vino ecc, sia il vapore che si produce nella pentola di cottura**.



La stufatura è ampiamente utilizzata per la preparazione di varie pietanze soprattutto a base di **carne ma anche di ortaggi**.

La differenza rispetto alla brasatura riguarda la quantità di acqua che è maggiore nella brasatura e di conseguenza anche i tempi di cottura sono più lunghi.

Che vantaggi ha?

Le carni generalmente tagliate in **piccoli pezzi diventano più tenere e digeribili**. **Rispetto alla brasatura aumentano le possibili perdite di nutrienti ed in particolare di vitamine e minerali idrosolubili. Nelle cotture in umido queste perdite possono raggiungere anche il 50%.**

FORNO

E' una **cottura a secco** caratterizzata da una trasmissione del calore per mezzo di aria calda ed eventualmente dei grassi di condimento. Questo processo è **utilizzato per la cottura di tutti gli alimenti.**



Che vantaggi ha?

Il calore che avvolge gli alimenti determina l'evaporazione dell'acqua superficiale con conseguente formazione di una **"crosta"** che determina una maggiore ritenzione dei componenti idrosolubili di interesse nutrizionale (vitamine e minerali) rispetto alle cotture in umido.

Le perdite maggiori a carico dei nutrienti si possono avere per trattamenti a temperature elevate per tempi relativamente lunghi.

ARROSTO

L'arrostitimento è un metodo indicato per **cuocere a secco** soprattutto **carni bovine o suine, pollame, selvaggina, pesci di grosse dimensioni e crostacei**.



La cottura è determinata da un aumento della temperatura che comincia dalla superficie del prodotto. **Il calore progressivamente passa dall'esterno verso l'interno più freddo e determina l'evaporazione dell'acqua che determina la cottura.**

La temperatura iniziale superficiale non supera i 100°C. Con il procedere della cottura si forma una **"crosta"** che limita l'evaporazione e determina l'aumento della temperatura alla superficie del prodotto (fino a 250-300°C).

E' molto importante portare la temperatura almeno a 65 - 75° C per eliminare eventuali patogeni.

Le carni rosse vanno conservate dopo la cottura per 15-30 minuti a 45-50°C per permettere la distensione delle fibre muscolari e rendere uniforme il colore.

La carbonizzazione superficiale forma di composti tossici. Dopo la formazione della crosta bisogna portare la temperatura a circa 130-145°C e mantenere il prodotto umido per tutta la durata della cottura. **Per questo motivo durante la cottura si bagna l'alimento con il sugo.**

MICROONDE

La cottura effettuata in **forno microonde** è una delle ultime arrivate nel campo della ristorazione.

Si può utilizzare per tutte le preparazioni alimentari.

E' un tipo di **cottura a secco** in quanto per la trasmissione del calore non è necessario l'uso di acqua come avviene per le cotture in umido (ad esempio la bollitura o la stufatura).



Che vantaggi ha?

- tempi di cottura ridotti; risparmio di stoviglie e di tempo per la loro pulizia; risparmio energetico dovuto ai tempi ridotti.

Svantaggi:

non si possono utilizzare utensili in alluminio perché riflettono le onde; non si possono arrostiti né rosolare i cibi; temperature non omogenee raggiunte in punti differenti degli alimenti, con il risultato che la cottura potrebbe risultare efficace solo nelle zone centrali dei prodotti alimentari.

FACCIAMO PRIMA A PELARE DUE CHILI DI PATATE GROSSE O DUE CHILI DI PATATE PICCOLE?

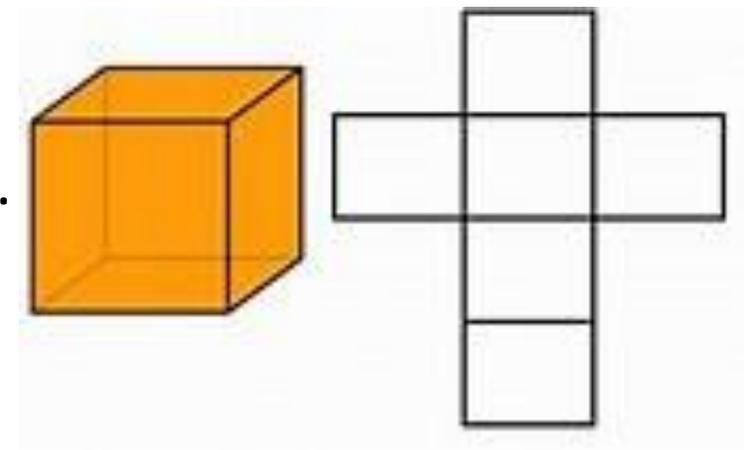
In una gara di chi finisce prima a pelare lo stesso peso (o volume) di patate, a prescindere dalla capacità personali e dal tipo di taglierino utilizzato, sbucciare prima delle patate dipende dalla superficie:

un chilo di patate grandi ha lo stesso volume di un chilo di patate piccole, ma un chilo di patate piccole ha una superficie quasi il doppio di quella di patate grandi.



Consideriamo, infatti, un cubo:

la sua superficie è la somma delle aree delle sue sei facce esterne.



Se ora pensiamo di dividerlo in $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubetti più piccoli, facendo tre tagli...



...il volume resta lo stesso ma la superficie è uguale a quella esterna di prima, e a quella aggiunta degli **otto cubetti piccoli**, ottenuti dai tre tagli ognuno dei quali produce 2 facce, che hanno lo stesso volume di quello grande, ma una superficie doppia perché ogni taglio deve essere contato due volte.

Se un **cubo** ha **lato** l la superficie sarà: $S = 6 l^2$ e **volume** $V = l^3$.

Gli otto cubi piccoli avranno lato $l/2$ e superficie: $S_8 = 8 * 6(\frac{l}{2})^2 =$

$8 * 6 * \frac{l^2}{4} = 12 l^2$ e quindi $S_8 = 2S$, mentre il volume resterà:

$V_8 = 8 * (\frac{l}{2})^3 = 8 * \frac{l^3}{8} = l^3$.

Quello che per i cubi si estende a tutti i corpi solidi, compresi le patate: **se si raddoppiano tutte le tre dimensioni, il volume, e quindi anche il peso, viene moltiplicato per 8 ($2 \times 2 \times 2 = 8$); mentre la superficie viene moltiplicata per 4 ($2 \times 2 = 4$).**

Quindi, **la superficie di una patata grande sarà quattro volte quella di una piccola; sei grosse patate avranno superficie totale equivalente a $6 \times 4 = 24$ patate piccole, mentre il volume di sei patate grandi equivale a quello di $6 \times 8 = 48$ patate piccole di eguale peso, mentre la superficie da pelare sarà quattro volte maggiore.**

Verifichiamo nel cubo a sei facce:

per $l=1\text{cm}$: $S_t = 6 * 1^2 = 6\text{cm}^2$; $V = 1^3 = 1\text{cm}^3$;

per $l=2\text{cm}$: $S_t = 6 * 2^2 = 24\text{cm}^2$; $V = 2^3 = 8\text{cm}^3$

Lo stesso vale per un altro rapporto: se le dimensioni vengono moltiplicate **per un fattore k , il volume aumenta di k^3 e la superficie per k^2 .**

Cioè, se moltiplichiamo le dimensioni per tre, il volume sarà 27 volte, e la superficie di 9 volte; vedi misuratore spaghetti.

INSALATA DI MATEMATICA

Dopo le patate non può mancare una bella insalata: ma con la matematica cosa c'entra?

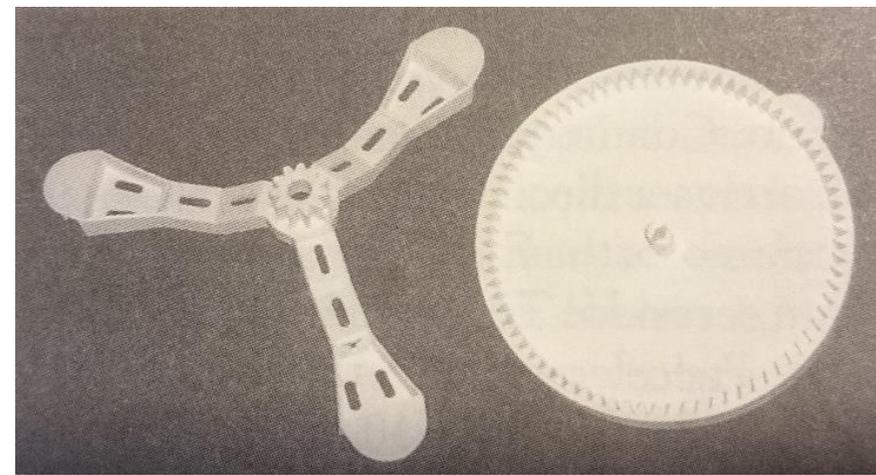
Per una buona riuscita di una insalata, bisogna per prima cosa che sia ben asciutta.

Certo, a mano con uno strofinaccio pulito ma perché no con una centrifuga per insalata?

In commercio esistono di vari tipi e dimensioni; in genere, **ruotando una manopola eccentrica il cestello interno (che contiene l'insalata) viene posto in rotazione e per effetto della forza centrifuga l'acqua viene proiettata verso l'esterno e poi raccolta in fondo.**



Smontando il coperchio del cestello si capisce il funzionamento del meccanismo che **con tre braccia si incastra sul bordo superiore del cestello e lo trascina nella sua rotazione, provocata da una ruota dentata eccentrica fissata al coperchio, che viene fatta ruotare per mezzo una manopola verde (o rossa) posto sul coperchio. La ruota motrice ha all'interno 77 denti, che pongono in rotazione la ruota piccola costituita da 11 denti.**



Siccome le due ruote dentate, la grande e la piccola, ingranano tra loro, **all'avanzamento di un dente della grande corrisponde un dente della piccola.** Quindi, quando facciamo **un giro di manovella, la ruota grande si muove di 77 denti, mentre la ruota piccola, che ha solo 11 denti, si muoverà di 7 giri trascinando il cestello dell'insalata che è solidale con essa.**



Pertanto, se facciamo 2 o 3 giri al secondo, il cestello farà dai 14 ai 21 giri al secondo. Diciamo 15 giri.

A QUESTO PUNTO ENTRA IN GIOCO LA FORZA CENTRIFUGA

Quando siamo **in auto** e affrontiamo una curva a sinistra, ci sentiamo spinti all'esterno dell'auto verso destra per effetto della forza centrifuga; una **lavatrice** sfrutta l'effetto della forza centrifuga per strizzare il bucato: i panni vengono spinti verso il bordo del cestello comprimendosi e rilasciando l'acqua assorbita durante il lavaggio.

Nel **moto circolare uniforme** la velocità cambia continuamente direzione e ciò è dovuto all'effetto dell'**accelerazione centripeta**. **Newton**, con il **secondo principio della dinamica**, ci ricorda che, se c'è un'accelerazione, deve esserci necessariamente una forza corrispondente che prende il nome di **forza centripeta**.

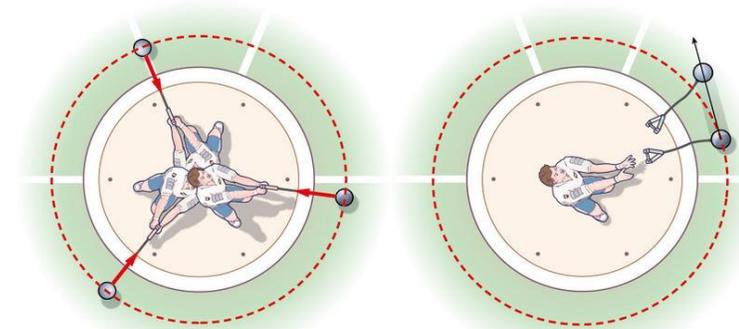
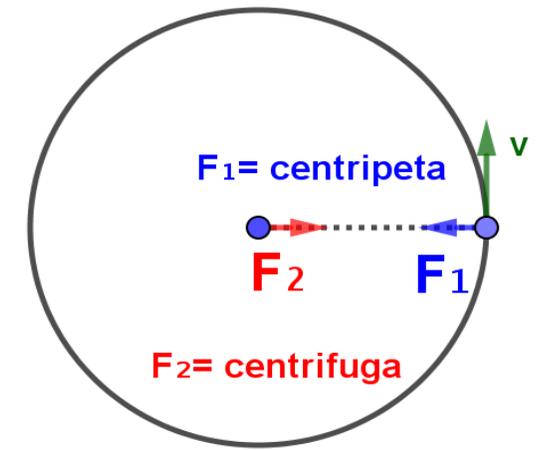
Questa è diretta sempre verso il **centro della traiettoria** e si ottiene, come tutte le **forze**, dal **prodotto tra massa e accelerazione**: $F = m * a = m * \frac{v^2}{r}$, essendo $a = \frac{v^2}{r}$

Spesso si parla di **forza centrifuga**: questo è un errore, perché la forza centrifuga non è una forza vera e propria, ma è una **forza apparente**.

Per **la terza legge del moto di Newton: "Ad ogni azione corrisponde sempre una reazione uguale e contraria"**

Se una pietra gira all'estremità di una fune di moto circolare uniforme; la **forza centripeta** è la forza con cui la fune agisce sulla pietra, è applicata alla pietra ed è diretta verso il centro del cerchio; la **forza centrifuga** è la forza di reazione esercitata dalla pietra sulla fune ed è uguale ma contraria, cioè di verso opposto tendendo essa a tirare la fune verso l'esterno, essendo applicata al centro del cerchio. Non si annullano perché hanno punti di applicazione diversi

Il ruolo della forza centripeta è visibile, per esempio, nel lancio del martello, dove l'atleta fa ruotare una sfera metallica di moto circolare uniforme; poi improvvisamente la lascia, per scagliarla lontano.



A quale forza centrifuga è sottoposta la foglia dell'insalata mentre gira?

Bisogna conoscere il **raggio del cestello** che non è proprio cilindrico, ma restringe verso il basso. Diciamo che è **circa 10 cm**. La **circonferenza** sarà allora $2 \pi r \cong 2 \pi \times 10 \cong 62,8$. Diciamo **60 cm**. In un secondo l'insalata farà dunque: **15 giri x 60cm = 900 cm**;

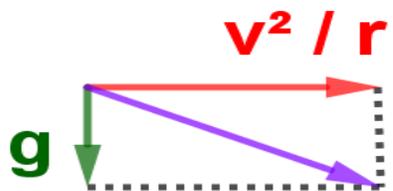
cioè $v = 900 \frac{cm}{sec}$

e **in un'ora** (di 3600 sec) **percorre**: $3600 \times 900 \text{ cm} = 32.400 \text{ metri}$, ossia **32 chilometri**.

La velocità della foglia sarà allora di circa 32 km/h.

Per calcolare la forza alla quale è sottoposta l'insalata, ricordiamo che **l'accelerazione centrifuga** è data dalla formula: $a = \frac{v^2}{r}$; perciò: $a = \frac{900^2}{10} \frac{cm}{sec^2} = 81.000 \frac{cm}{sec^2}$

Per effetto della accelerazione di gravità, diretta verso il basso, **l'accelerazione totale** sarà data dalla **risultante delle due accelerazioni, ottenuta dalla diagonale del rettangolo**:



$$a_t = \sqrt{81000^2 + 1000^2} = 81.006 \frac{cm}{sec^2}$$

$$\text{(essendo } g \cong 9,81 \frac{m}{sec^2} \cong 981 \frac{cm}{sec^2} \cong 1000 \frac{cm}{sec^2} \text{)}$$

L'accelerazione centrifuga cui è sottoposta l'insalata sarà pertanto più di 80 volte quella di gravità.

Cioè, **una foglia di 1 grammo, pesa nella centrifuga più di 80 grammi.**

Si tratta di una grande accelerazione, se si pensa che **i piloti dei caccia aerei possono sopportare accelerazioni al massimo pari a sette volte quella di gravità, 7g;**

mentre i piloti di formula 1, molto allenati, non superano i 6g.



Su Giove, il più grande dei pianeti del nostro sistema solare, **l'accelerazione di gravità è meno di 3g; sul Sole è "appena" di 28g.**

Insomma, con una semplice macchinetta a mano si può generare una gravità più del doppio di quella del Sole.

Altri attrezzi da cucina e sul principio delle leve:



Download from
Dreamstime.com



Rubinetto



Quando esce dalla cannella l'acqua ha la larghezza (sezione) della bocca del rubinetto; poi, man mano si restringe. Tutta l'acqua che esce dalla cannella in un certo tempo (es. 1 sec) deve passare sempre in un secondo anche da altezze variabile, dalla bocca al lavello, con flusso costante, ma scendendo la sezione diminuisce fino a che si riduce a quasi un filo.

Perché?

Il flusso F è il prodotto della sezione S del getto per la velocità V dell'acqua che accelera via via che scende (cadendo, diminuisce l'energia potenziale e aumenta l'energia cinetica): $F = S * V = costante$

La sezione dell'acqua e la velocità perciò sono inversamente proporzionale: all'aumentare della velocità dell'acqua diminuisce la sua sezione per potere mantenere la portata costante.

Problema risolto nel cinquecento da Benedetto Castelli, allievo di Galileo.

Pensiamo al flusso di persone (es. 50) che devono passare per una serie di corridoi (la sezione è la larghezza): se il corridoio si restringe della metà nello stesso tempo (es. 1 minuto) passeranno 25 persone, altrimenti questi dovrebbero raddoppiare la velocità.

Ma mentre la forma del corridoio, cioè la sezione, è fissata e si deve adeguare la velocità, nel rubinetto la velocità iniziale costante è fissata dalla apertura del rubinetto, e il getto d'acqua regola la sezione per tenere costante il flusso ed è perciò la sezione che dovrà cambiare.

Effetto imbuto: come nel corridoio, nell'imbuto la sezione è fissata, e quando questa si stringe l'acqua deve aumentare la velocità proporzionalmente e se troppo velocemente, l'imbuto si riempie e alla fine trabocca.



Imbuto creato da un restringimento stradale



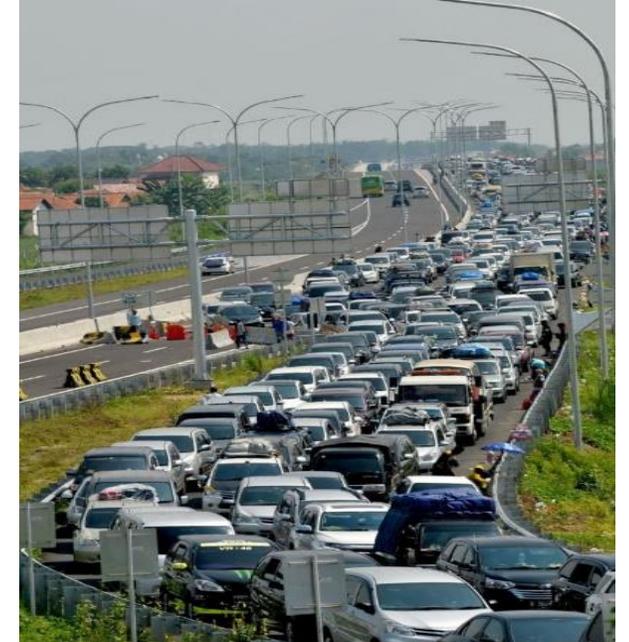
La stessa cosa succede alle persone in caso di improvvise strozzature, come l'uscita dallo stadio, o di un fuggi-fuggi che crea panico, o alle macchine in caso di restringimento della corsia.

Per evitare rallentamenti, dovrebbero aumentare la velocità con pericolo certo di provocare incidenti tra auto.

Infatti, mentre nell'acqua sono le molecole che urtano, in un traffico molto intenso le auto non possono urtarsi e rallentano.



Imbuto creato dopo il passaggio del casello



Per conoscenza, in **Fisica il moto uniformemente accelerato** è regolato dalle formule:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{g}t; \text{ dove}$$

v = *velocità dell'acqua*;

v_0 = *velocità iniziale dell'acqua di uscita dal rubinetto*;

g = *accelelazione di gravità*; t = *tempo di caduta*

$$\mathbf{v}^2 = \mathbf{v}_0^2 + 2\mathbf{g}h; \text{ dove } h = \textit{altezza. } \mathbf{h} = \mathbf{v}_0t + \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$$

Da cui si ricava il raggio del getto di acqua che chiaramente diminuisce:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 \sqrt{\frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gh}}; \text{ essendo } \mathbf{r}_0 \text{ il raggio della bocca del rubinetto}$$

PANE E FOCACCIA

Volendo preparare del pane o della focaccia in casa, oltre ad usare della buona acqua della fonte, occorre procurarsi della buona farina e del lievito di birra (se non si ha quello che si produceva in proprio, mettendo da parte un po' dell'impasto precedente, che mescolato alla pasta del giorno successivo, si lasciava lievitare pian piano, coperto con un panno di lana).

Il processo di panificazione non è del tutto facile: occorre anche una buona dose di esperienza, dosaggio perfetto di farina, acqua e lievito, e un piccolo forno a legna o di casa.



Il pane deve risultare compatto, senza bolle che sembra una gruviera.

Lo stesso per le focacce: l'impasto viene lasciato lievitare per qualche ora, ben coperto da un panno di lana, in modo che la temperatura non sia né troppo alta (perché avrebbe lievitato troppo in fretta), né troppo bassa (che avrebbe impedito una buona lievitazione).

A prescindere dalle dosi che si trovano in qualsiasi ricettario, dopo avere ridotto **la pasta per le focacce** a uno strato alto un centimetro, un centimetro e mezzo, da questo **vengono ritagliati dei cerchi tutti uguali**, per esempio con un bicchiere a bocca larga, **in modo da lasciare il minore residuo possibile, ossia nella disposizione esagonale, come abbiamo visto parlando degli spaghetti.**



Gioco matematico

La mamma sta preparando dei biscotti a forma di cuore. Dalla sfoglia di un impasto li ritaglia utilizzando uno stampo che le fornisce un biscotto alla volta. Dopo la prima passata con lo stampo ha ottenuto 16 biscotti.

Per ogni 4 biscotti che ottiene dall'impasto, i ritagli reimpastati sono sufficienti per ottenere un altro biscotto. Quanti biscotti può realizzare in totale da ogni sfoglia?

Soluzione:

La mamma preparerà da ogni sfoglia 21 biscotti.

Infatti, $4+4+4+4=16$ biscotti; da 16 ritagli, ogni 4 biscotti se ne può produrre un altro, dunque altri 4 e saranno $16+4=20$.

Ma dagli ultimi 4 biscotti se ne può ottenere ancora uno.

Pertanto, in totale 21 biscotti.



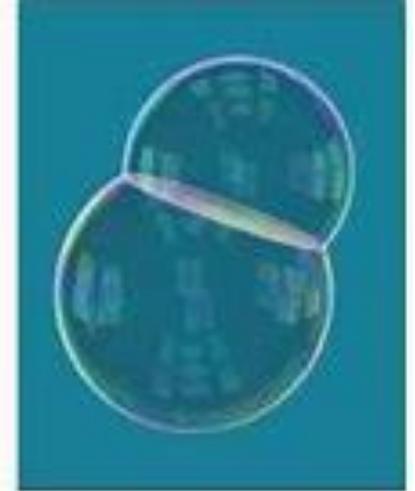
La stessa disposizione esagonale dovranno avere le focacce nella teglia e passate al forno per farle imbiondire.

Ma attenzione: dobbiamo tenere conto della distanza tra le une e le altre, perché **con la lievitazione possono attaccarsi con una formazione ad esagoni.**

E qui entra in gioco la matematica.

Per effetto della lievitazione, una focaccia spinge in tutte le direzioni con la medesima intensità e resta sempre di forma circolare, mentre cuoce cresce.

Ma se mettiamo due focacce troppo vicine spingono l'una contro l'altra fino a toccarsi e la parte con cui si toccano diventa una linea retta, mentre il resto del bordo continua ad espandersi secondo una circonferenza.



Un fenomeno simile si ha in... **matematica con le bolle di sapone.**

NOTA STORICA:

Le bolle di sapone hanno origine araba; nel Sud Europa arrivano dopo il settimo secolo, nel nostro Continente dopo le Crociate. Solo tra la fine del Cinquecento e inizio del Seicento l'uso del sapone si diffonde anche nei Paesi del Nord Europa per l'igiene personale e della casa.

Nella ricerca scientifica, le bolle di sapone vengono studiate in vari campi: dalla **Fisica** alla **Biologia** – per capire le forme di certi microscopici organismi- e **Chimica**.

Nell'Ottocento le bolle di sapone diventano un **oggetto matematico**, nel **Calcolo delle variazioni**, anche se già nel 1704 **Newton** giustificava **le diverse varietà di colori nelle bolle** dovute al fenomeno dell'**inferenza**, quando **i diversi colori della luce solare si muovono nel liquido saponato a diverse velocità**.

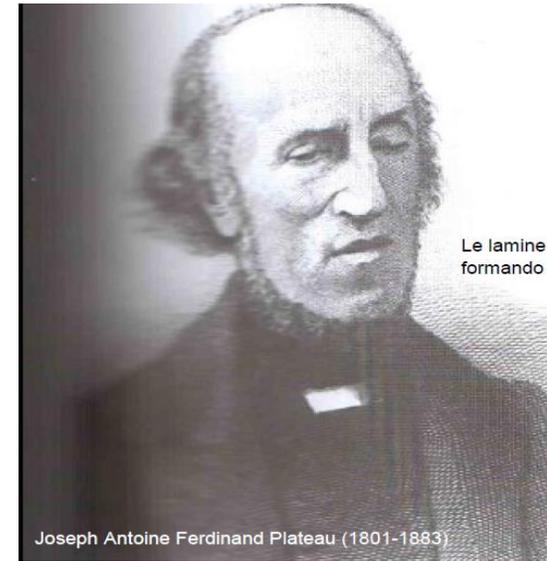
Si scopre che **la natura segue sempre le vie più semplici, quelle che minimizzano il dispendio della natura (cioè l'energia);** ovvero per le bolle, la superficie minima.

Il **fisico belga J.A.F. Plateau (1801-1883)**, pur avendo perso la vista per avere fissato a lungo il Sole, mediante esperimenti con una soluzione di sapone con acqua e glicerina, raggiunge risultati fondamentali sperimentali in matematica alla ricerca delle superfici minime.

Soffiando nella soluzione di acqua e sapone, la bolla ottenuta avrà un certo volume. La pellicola liquida, alla ricerca di equilibrio stabile, preme verso l'interno cercando di disporsi in modo più compatto possibile, cioè di rendere la superficie minima.

Perciò, la bolla di sapone sarà quella che a parità di volume rende minima la sua superficie; (v. boiler).

Oggi, studi avanzati della **“Columbia University” di New York** permettono di verificare e diversificare delle **cellule di malati oncologici e rendere più incisiva l'applicazione della chemio.**



Le lamine di sapone si incontrano a gruppi di tre formando angoli di 120 gradi

Joseph Antoine Ferdinand Plateau (1801-1883)

J.A.F. Plateau (1801 – 1883) fisico belga



Per preparare il miscuglio bastano 4 bicchieri di acqua, 1 bicchiere di sapone per piatti, un cucchiaino di glicerina o di zucchero ben sciolto e fare riposare un'ora.

Oppure semplicemente: per ogni litro di acqua 1 dl di sapone detersivo Svelto.

Nelle bolle di sapone avviene lo stesso fenomeno meccanico delle pizzette.

Quando si soffia con la cannuccia si esercita **una pressione che fa gonfiare la bolla**, e siccome la pressione spinge allo stesso modo in tutte le direzioni **la bolla assume una forma sferica**, anzi quasi sferica perché per effetto della gravità (il peso) viene deformata tirandola verso il basso.

La pellicola o lamina di sapone è così sottile che il peso è trascurabile e pertanto possiamo ritenerle sferiche.



Perché sferiche?

Perché la pellicola preme verso l'interno cercando di disporsi in modo più compatto possibile, cioè **rendere minima la superficie**.

Di conseguenza, **la forma della bolla di sapone sarà quella che a parità di volume rende minima la superficie**.

E questo è un **problema puramente matematico: tra tutti i solidi di volume dato, qual è quello di superficie minima?**

Come abbiamo visto trattando lo **scaldabagno**, si tratta della **sfera** anche se è difficile da dimostrare, soprattutto nello spazio a tre dimensioni, perché siamo a livello di congetture.

Nel piano, con le lamine saponate si ottiene una spettacolare prova sperimentale della proprietà isoperimetrica del cerchio: tra tutte le regioni di piano di perimetro assegnato, il cerchio è quella di area massima.



Infatti, se passiamo dallo spazio al piano, il problema corrisponde ad un noto problema...

“Problema di Didone”: un problema isoperimetrico.

1. Fra tutte le figure di perimetro fissato, trovare quella che ha area massima.

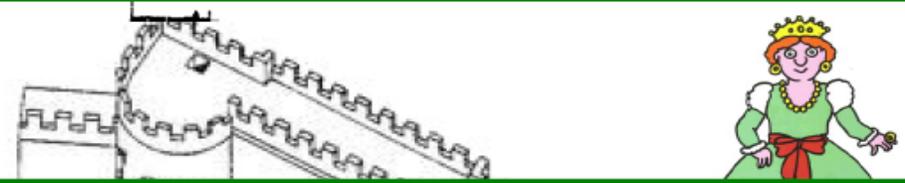
E viceversa:

2. Tra tutte le figure piane di area fissata, trovare quella di perimetro minimo.

Vediamo 1: A parità di perimetro quale figura racchiude area massima?



IL PROBLEMA DELLA REGINA DIDONE



1. Il problema di avere più spazio possibile con lo stesso bordo



Quale figura piana ha area massima tra tutte quelle di perimetro dato?

NOTA STORICA

Della regina **Didone** parla **Virgilio nell'Eneide Libro I** e anche **Dante nell'Inferno V**.

Didone era una principessa fenicia, che lasciò la sua **città natale (Tiro, ora nel Libano)** dopo che suo fratello Pigmalione le uccise il marito e minacciava la sua stessa vita per usurparle il trono.

Fuggita in tempo in nave, dopo una travagliata navigazione con pochi seguaci, giunse sulla costa nord dell'Africa) **nell'attuale Tunisia**, dove Didone decise di stabilirsi per fondarvi la città che poi divenne **Cartagine (Città Nuova), 814 a. C o 829 a. C. (oggi nella periferia di Tunisi e patrimonio dell'Umanità dell'Unesco).**



Cartagine, Città nuova, intesa come "Nuova Tiro" è stata un'antica città fenicia, una delle più importanti colonie puniche del Mediterraneo

Cartagine per oltre un secolo (264 a.c.-146 a.c.) è stata in guerra con Roma (guerre puniche) fino alla distruzione e alla ricostruzione dai romani, diventando città e porto importante dell'Impero.

Conquistata dai Vandali di Genserico (439) e dal generale bizantino Belisario (533), a seguito della conquista araba di tutto il nord Africa, Cartagine fu definitivamente distrutta.

I primi resti con gli scavi del 1817, fino agli scavi del 1921, hanno portato alla luce i resti delle due città, quella punica e quella romana

Didone, dunque, **per la costruzione di Cartagine** chiese al signore del luogo, il **re Jarba di Numidia**, di venderle della terra dove edificare la città. Il re le concesse però solo tanta terra quanta poteva racchiuderne **la pelle di un bue.**

Re Jarba pensava di essere furbo ma Didone si è dimostrata più furba di lui.

Diede ordine di stendere la pelle in terra, la fece tagliare in tante sottilissime striscioline, che poi furono annodate tra loro e disposte in modo da circondare una grande area, sulla quale fondò Cartagine.

Volendo fare dei calcoli approssimati, possiamo stimare delle strisce di 25 mm ottenendo una lunghezza tra 1000 e 2000 m.

Consideriamo un terreno pianeggiante: tra tutte le curve chiuse di lunghezza data trovare quella per cui l'area racchiusa è massima.

$$\text{Se } c = 1000 \text{ m; } r = \frac{c}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} \cong 159,15 \text{ m;}$$
$$\text{area} \cong 79577,4 \text{ mq} \cong \mathbf{7,95774 \text{ ha}}$$

$$\text{Se } c = 2000 \text{ m; } r = \frac{c}{2\pi} = \frac{2000}{2\pi} \cong 318,31 \text{ m;}$$
$$\text{area} \cong 318309,88 \text{ mq} \cong \mathbf{31,8309 \text{ ha}}$$

Soluzione intuitivamente un cerchio, come dimostrato solo nel 1838 da Jacob Steiner.



Quindi, tra tutte le figure di perimetro fissato, il cerchio ha l'area massima.

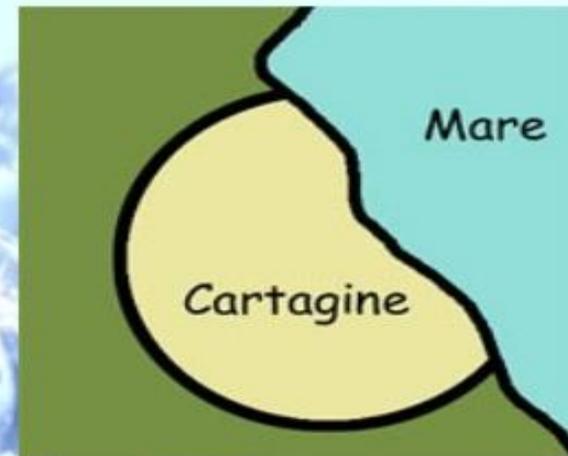
La forma migliore sarebbe stata dunque il cerchio, ma Didone era una furbacchiona....

Essendo Cartagine sul mare per avere la maggiore estensione possibile preferì ritagliarsi con le striscioline di pelle di bue una regione adiacente alla costa pianeggiante e quindi ottenne il **massimo descrivendo un semicerchio**.

Questo risultato è noto da millenni, Virgilio nel libro I dell'Eneide riportata la leggenda della regina Didone.

*Quindi Dido commossa, ordine occulto
di fuggir tenne, e d'adunar compagni;
che molti n'adunò, parte per odio,
parte per tema di sì rio tiranno.
Le navi che trovar nel lido preste,
caricar d'oro, e far vela in un subito.
Giunsero in questi luoghi, ov'or vedrai
sorgere la gran cittade e l'alta rocca
de la nuova Cartago, che dal fatto
Birsa no mossi, per l'astuta merce
che, per fondarla, fèr di tanto sito
quanto cerchiar di bue potesse in tergo.*

(Eneide: libro I, 580-594)

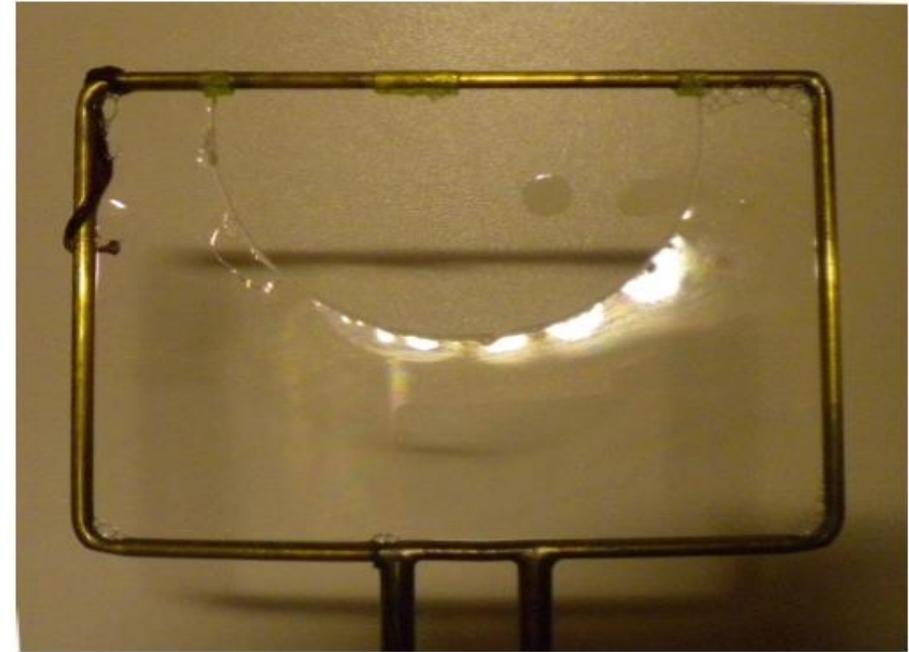


Ciò si può notare con **le bolle di sapone**:

prepariamo un oggetto (es. di filo di ferro) a forma rettangolare; a un lato del rettangolo leghiamo un filo di cotone, le cui estremità possono scorrere grazie a due perline bucate e infilate nel contorno rettangolare. Immergiamo nella bacinella con dell'acqua saponata l'oggetto rettangolare.

Una volta estratto dalla bacinella notiamo una lamina saponata nella quale nuota il filo, in modo irregolare.

Se ora buchiamo leggermente con una matita o un dito la superficie all'interno del filo di cotone, il filo si tende e assume la forma di un semicerchio perfetto con il centro sul lato piatto.



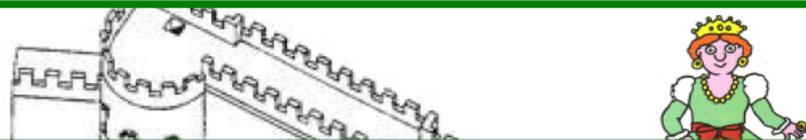
Bolle bucate



- **Obiettivo:** osservare gli effetti della tensione superficiale.
- **Materiale occorrente:** fil di ferro con il quale realizzare un anello, spago, soluzione saponosa.
- **Procedimento:** ad un anello annodiamo un filo di cotone con un cappio. Dopo aver immerso tutto quanto nella soluzione saponosa, l'anello risulterà chiuso da una lamina. Facciamo scoppiare la membrana interna al cappio di cotone.....
Assume una forma circolare!!
Questo avviene a causa della forza esercitata tensione superficiale della rimanente parte di film di soluzione saponosa.



UN ALTRO PROBLEMA PER LA REGINA DIDONE



2. Il problema di avere meno bordo possibile che contenga lo stesso spazio



Quale figura piana ha perimetro minimo tra tutte quelle di area data?

risparmiare sulle mura



Pianta medievale di Parigi
Hildebrad-Tromba, *Principi di minimo*

2. Tra tutte le figure piane di area fissata, trovare quella di perimetro minimo.

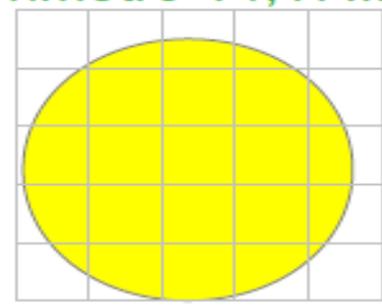
All'epoca le città erano circondate da mura per la difesa; quindi per facilitare la difesa dall'attacco e assedio nemico le mura delle città assumevano una forma a cerchio (per Didone un semicerchio), in modo anche da risparmiare lavoro e costo, e racchiudere il **massimo spazio con il minimo perimetro**.

Questo spiega perché molte città hanno una forma circolare, come Milano, Pavia, Parigi, Colonia.

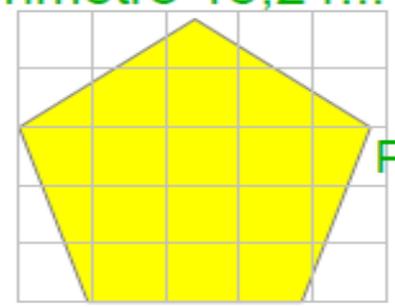
Area = 16 u^2
Perimetro ?



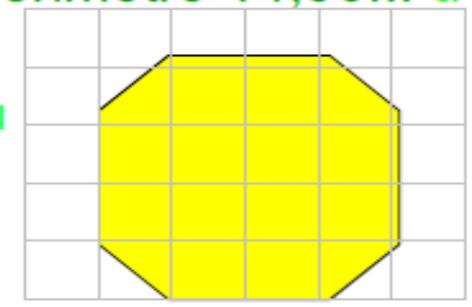
Perimetro $14,17... \text{ u}$



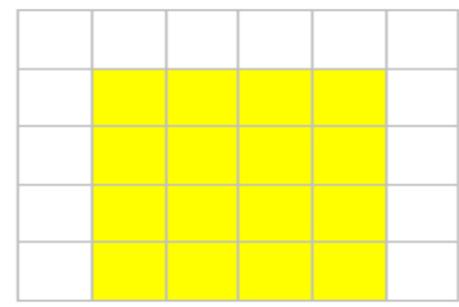
Perimetro $15,24... \text{ u}$



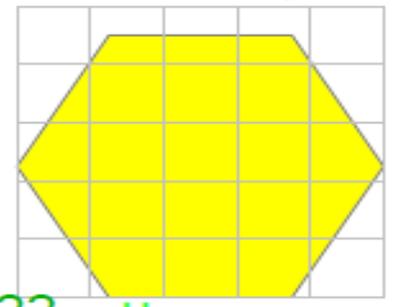
Perimetro $14,56... \text{ u}$



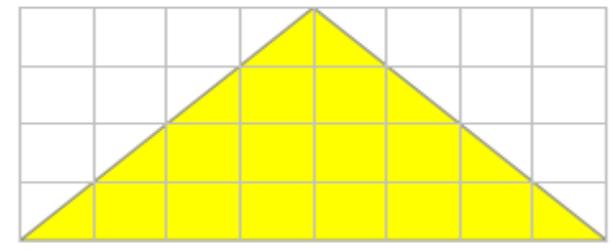
Perimetro 16 u



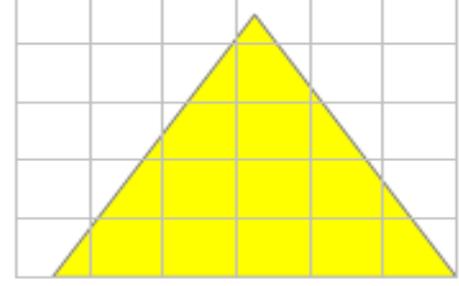
Perimetro $14,88... \text{ u}$



Perimetro $19,31... \text{ u}$



Perimetro $18,22... \text{ u}$

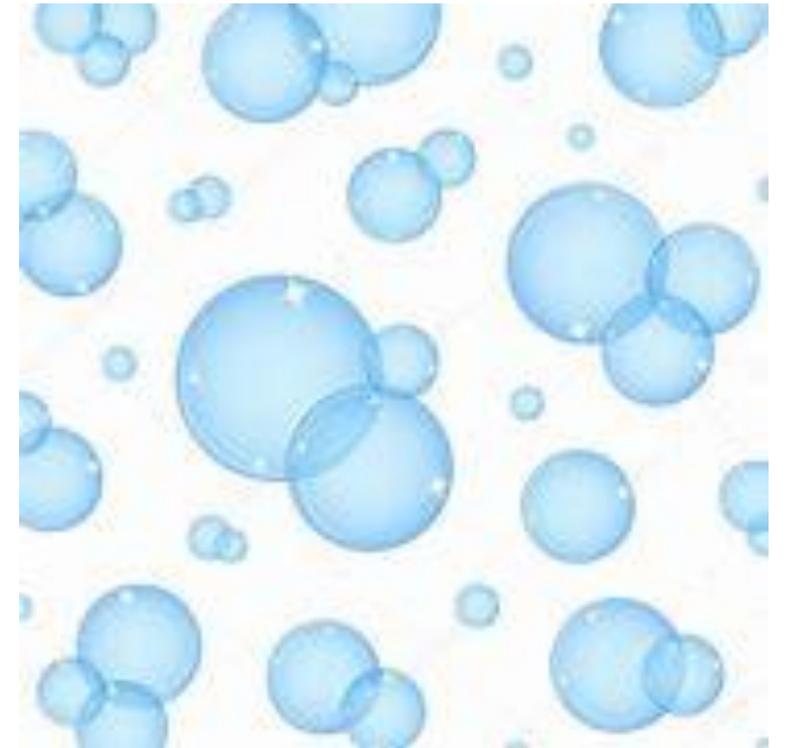
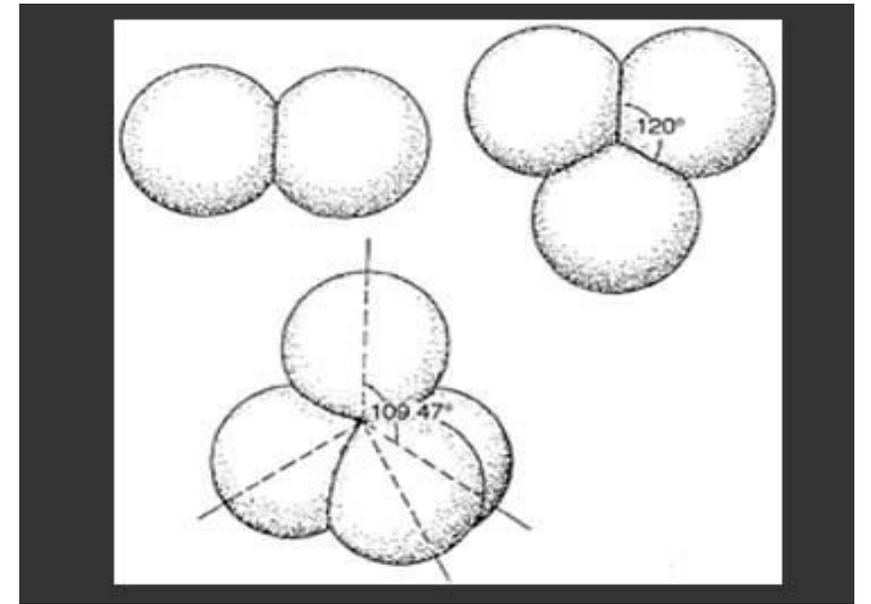


Ma torniamo alle focaccine che si comportano come le bolle di sapone.

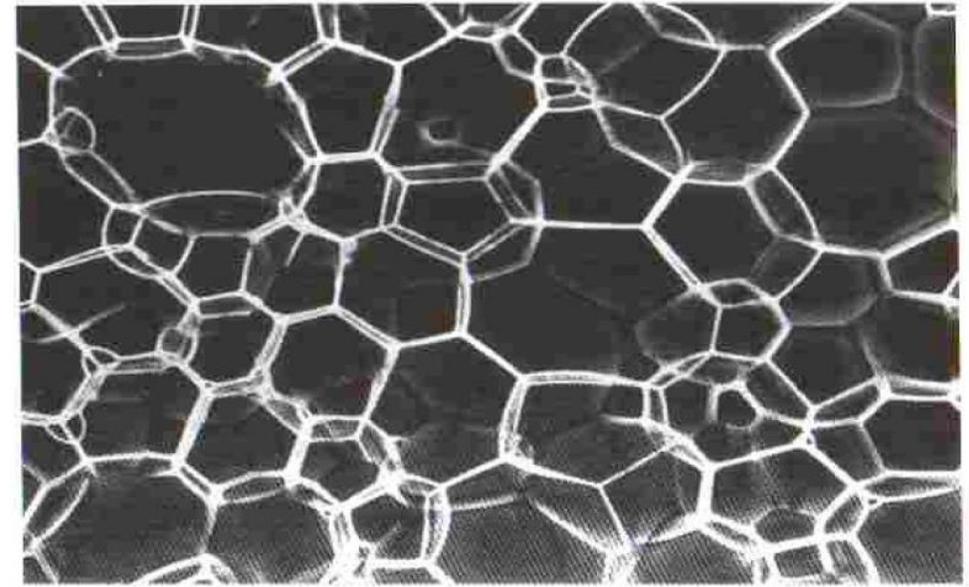
Nel detersivo le bolle di sapone non stanno mai da sole ma ce ne sono molte attaccate una all'altra, formando angoli di 120° , sia se hanno stessa area sia se le aree sono diverse.

Se il numero delle regioni cresce, il problema diventa tanto complicato che non è possibile dare una soluzione generale, ma si pensa che all'aumentare del numero delle regioni **le focaccine assumono la forma di poligoni con gli angoli di 120° , cioè tendono a diventare degli esagoni regolari.**

Ma è soltanto un secolo più tardi, nel 1973, che il matematico Jean Taylor fu in grado di verificare che le leggi di Plateau erano vere.



Ciò ci ricorda la **disposizione esagonale degli spaghetti e la piastrellatura esagonale, nonché un nido di cellette tutte uguali delle api a base di cera, dette *favo*.**



Ma di tutto ciò non abbiamo una dimostrazione, ma solo congetture perché in matematica, contrariamente a quanto si pensa, ancora non tutto è risolto e dimostrato.

Concludo sperando che, avendo parlato di cucina, questa «**appetitosa**» chiacchierata sia stata “**gustata**” da tutti coloro che la matematica hanno sempre stentato ...

... a digerirla.

GRAZIE!