# PARADOSSO MATEMATICO

## Il problema delle caprette
## o
## di Monty Hall

Il **problema di Monty Hall** (o **paradosso di Monty Hall**) è un famoso problema di teoria della probabilità, legato al gioco a premi statunitense degli anni ‘60 *Let's Make a Deal*.

Prende il nome da quello del conduttore dello show, Maurice Halprin, noto con il nome d’arte Monty Hall.

Il problema è anche noto come **paradosso di Monty Hall**, poiché la soluzione può apparire controintuitiva, ma non si tratta di una vera antinomia, in quanto non genera contraddizioni logiche.

Una famosa formulazione del problema è contenuta in una lettera di Craig F. Whitaker, indirizzata alla rubrica di Marilyn vos Savant nel settimanale *Parade*:

***Supponi di partecipare a un gioco a premi, in cui puoi scegliere fra tre porte: dietro una di esse c'è un'automobile, dietro le altre, due capre.***

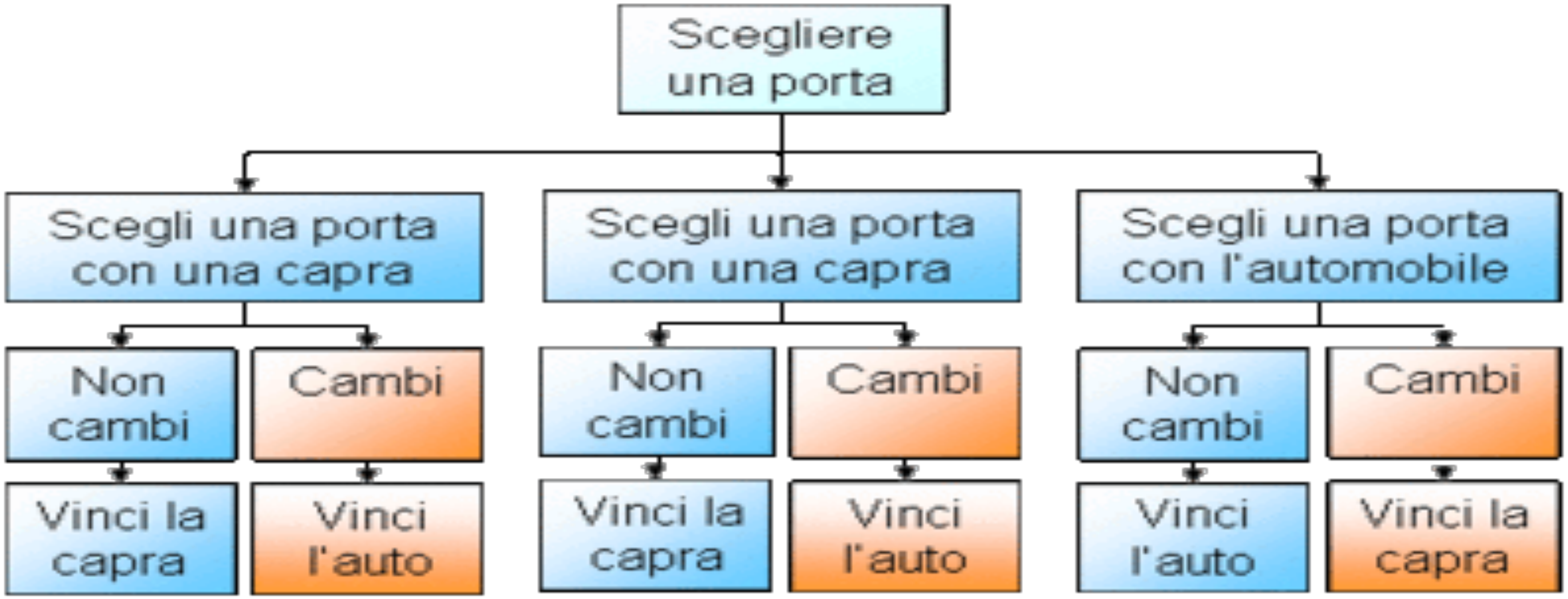
***Scegli una porta, diciamo la numero 1, e il conduttore del gioco a premi, che sa cosa si nasconde dietro ciascuna porta, ne apre un'altra, diciamo la 3, facendo uscire una capra.***

***Qual è la scelta più vantaggiosa?***
***Conviene o no cambiare?***
***Oppure è indifferente?***

Una giornalista, Marilyn vos Savant nel settimanale *Parade*, risolse il problema correttamente; l'episodio fece un certo scalpore, in quanto diversi accademici non riconobbero la correttezza della soluzione proposta dalla vos Savant finché questa non la spiegò nel dettaglio in un successivo articolo.

Un problema essenzialmente identico appare in ogni modo nella rubrica *Mathematical Games* di Martin Gardner nel 1959, col nome di "Problema dei tre prigionieri".

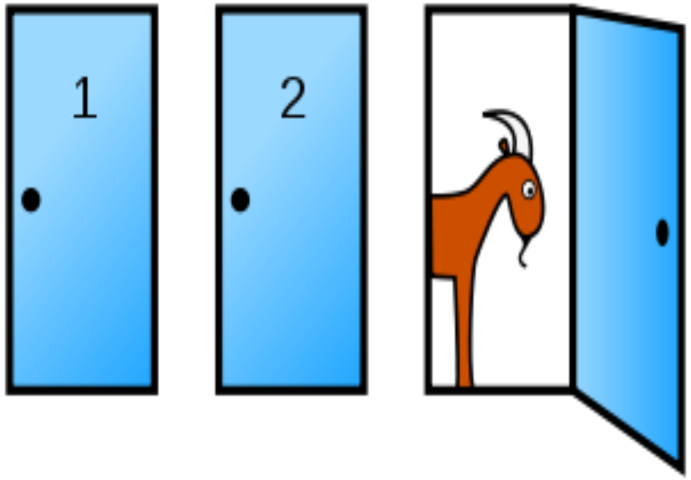
Vediamo con uno schema.




Dopo la scelta del giocatore, il presentatore apre una porta (egli sa dove si trova l'auto) mostrando una capra. Qualsiasi cosa ci sia dietro la scelta iniziale del giocatore, egli cambiando scelta ha il 66,7% di probabilità di vincere l'auto, non cambiandola ne avrebbe il 33,3%.

La probabilità che l'auto sia dietro la porta restante può essere calcolata con l'ausilio del diagramma di Venn illustrato sotto.

Dopo aver scelto la porta 1, per esempio, il giocatore ha probabilità 1/3 di aver selezionato la porta con l'auto, il che assegna una probabilità pari a 2/3 alle due porte restanti. Si osservi che c'è una probabilità pari a 1 di trovare una capra dietro almeno una delle due porte non selezionate dal giocatore, dal momento che c'è una sola auto in palio.

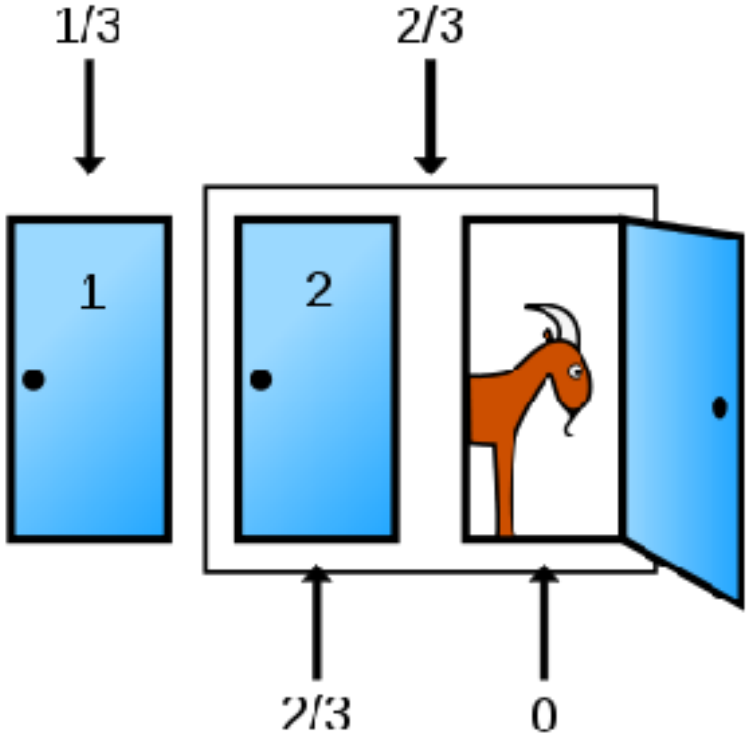



Si supponga che il conduttore apra la porta 3.

Dal momento che può solo aprire una porta che nasconde una capra, e non apre una porta a caso, questa informazione non ha effetto sulla probabilità che l'auto sia dietro la porta originariamente selezionata, che resta pari a 1/3.

Ma l'auto non è dietro la porta 3, dunque l'intera probabilità di 2/3 delle due porte non selezionate dal giocatore è ora assegnata alla sola porta 2, come mostrato sotto.

Un modo alternativo per arrivare a questa conclusione è osservare che se l'auto si trova dietro la porta 2 o dietro la porta 3, aprire la porta 3 implica che l'auto si trova dietro la 2 e viceversa.




Osserviamo che il problema non cambierebbe se il conduttore, anziché aprire una porta, offrisse al giocatore la possibilità di cambiare la porta scelta con entrambe le altre.
In questo caso è evidente che la probabilità è 2/3.

Viceversa, la situazione cambierebbe completamente se il presentatore, dopo aver escluso la porta 3, scambiasse casualmente o senza conoscere le posizioni della macchina e delle due capre, nascosti dietro le porte 1 e 2.

In questo caso il giocatore avrebbe probabilità 1/2 di vincere sia se mantiene la porta 1, sia se la cambia.

L'errore della maggior parte delle persone commettono è dovuto all'idea che, per vari ragioni, il passato possa essere dimenticato quando si valutano delle probabilità e calcolano la nuova probabilità uguale a .

In termini più matematici, possiamo dire:

- Dietro la prima porta, o c’è l’auto o non c’è
- Se c’è l’auto e cambiamo la scelta, la probabilità di vincere è ovviamente zero
- Se non c’è e cambiamo la probabilità di vincere è 1.

Pertanto, ricorrendo ai teoremi della probabilità composta e della probabilità totale si ha:

Il problema, ormai dibattuto tante volte, anche in convegni, porta sempre alla sorprendente soluzione che è più vantaggioso, in termini probabilistici, cambiare.